



Annales concours ICNA 2018

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



**ÉPREUVE OBLIGATOIRE DE
MATHÉMATIQUES**

Durée : 4 heures

Coefficient : 2



Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde recto
- 1 page d'instructions recto-verso pour remplir le QCM (*à lire très attentivement*)
- 10 pages de texte recto-verso

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

ÉPREUVE OBLIGATOIRE DE MATHÉMATIQUES

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

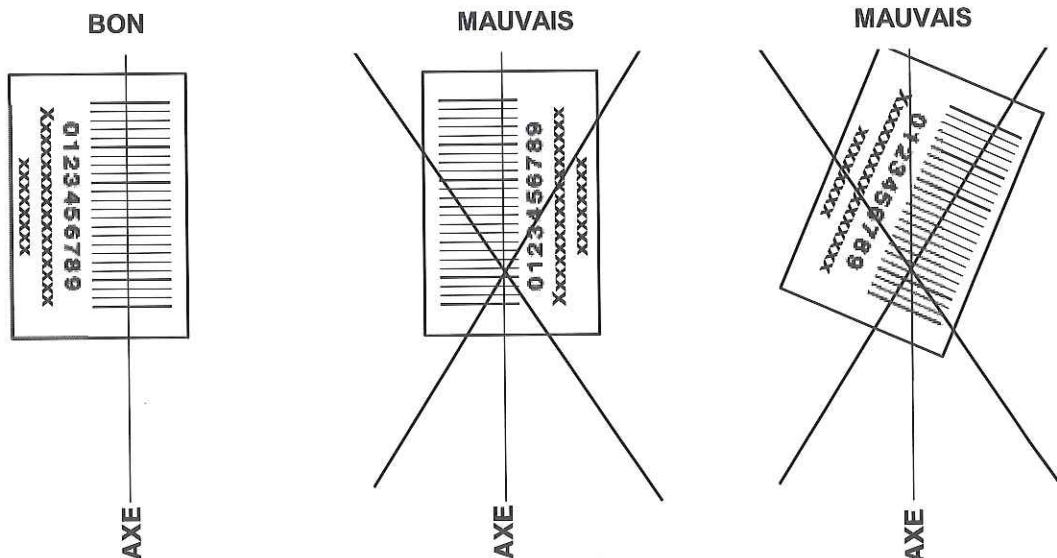
L'épreuve obligatoire de mathématiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez, c'est-à-dire « épreuve obligatoire de mathématiques ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification à **gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :

- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur **NOIRE**.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillons qui vous sont fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

Tournez la page S.V.P.

5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, **certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.**

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 seront neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 1 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question, *la ligne correspondante doit rester vierge.*
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse : *vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.*
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes : *vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.*
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne : *vous devez alors noircir la case E.*

Attention, toute réponse fautive peut entraîner pour la question correspondante une pénalité dans la note.

EXEMPLES DE RÉPONSES :

Question 1 : $1^2 + 2^2$ vaut :
A) 3 B) 5 C) 4 D) -1

Question 2 : le produit (-1) (-3) vaut :
A) -3 B) -1 C) 4 D) 0

Question 3 : Une racine de l'équation $x^2 - 1 = 0$ est :
A) 1 B) 0 C) -1 D) 2

Vous marquerez sur la feuille réponse :

1	<input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/>
3	<input checked="" type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/>

PARTIE 1

Les questions concernent les lois de probabilités et leurs propriétés classiques.

Question 1 Soit Ω un espace probabilisé, quels que soient A , B et C trois événements de Ω , de probabilités non nulles, vérifiant $A \subset B \subset C$. On peut affirmer dans tous les cas que :

- A) $p(A/A \cap B) = 1$
- B) $p(B/A \cap B) = 1$
- C) $p((A \cap B)/C) = p(A/C) p(B/C)$
- D) $p((A \cup B)/C) = p(B)$

Question 2 Quelles que soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes, à valeurs dans \mathbb{N} et définies sur un même espace probabilisé Ω . On a :

- A) $p((X = 3) \cup (Y = 3)) = p(X = 3) + p(Y = 3)$
- B) $p(X \leq 3) = \sum_{k=0}^{k=+\infty} p(X \leq 3)p(Y = k)$
- C) $p((X = 3) \cap (Y = 3)) = p(X = 3)p(Y = 3)$
- D) $p(X + Y = 5) = p(X = 1) + p(Y = 4)$

Question 3 On peut affirmer que :

- A) Quelle que soit X une variable aléatoire qui suit une loi de Poisson, l'espérance de X est égale à la racine carrée de la variance de X
- B) Si une variable aléatoire discrète à valeurs dans \mathbb{N} a une espérance différente de sa variance alors elle ne suit pas une loi de Poisson
- C) Si une variable aléatoire discrète a une espérance égale à sa variance alors elle suit une loi de Poisson
- D) Si deux variables indépendantes X et Y suivent des lois de Poisson, alors $X + Y$ suit aussi une loi de Poisson

Question 4 On peut dire que :

- A) Pour tout n entier naturel non nul on considère la variable X_n qui suit une loi binomiale de paramètres $(n; p_n)$ avec $\lim_{n \rightarrow +\infty} np_n = \lambda$, alors pour tout $k \in \mathbb{N}$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} p(X_n = k) = \frac{\lambda^k}{k!}$
- B) Une loi binomiale de paramètres $(100; 0.2)$ peut être approximée par une loi de Poisson de paramètre 2
- C) Une loi binomiale de paramètres $(500; 0.5)$ peut être considérée comme la somme de 500 variables aléatoires indépendantes suivant une même loi binomiale
- D) La somme de 100 variables aléatoires définies sur un même espace probabilisé Ω et suivant la même loi de Poisson de paramètre 2, suit toujours une loi de Poisson de paramètre 200

Question 5 Soit X une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres $(n; p)$ avec $n > 0$. On peut dire que :

- A) $p(X \geq n) = 0$
- B) Pour tout entier k compris entre 1 et n , $p(X = k) = p^k(1 - p)^{n-k}$
- C) $p(X = 1) = np(1 - p)^{n-1}$
- D) $Var(X) = np(1 - p)$

Question 6 Soient X une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres $(5; 0.1)$ et Y une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres $(5; 0.3)$. Alors :

- A) $X + Y$ suit toujours une loi binomiale de paramètres $(5; 0.4)$
- B) Si X et Y sont indépendantes alors $X - Y$ suit une loi binomiale de paramètres $(5; 0.2)$
- C) Si X et Y sont indépendantes alors $X + Y$ suit une loi binomiale de paramètres $(5; 0.4)$
- D) Si X et Y sont indépendantes alors $p(X = Y) = \sum_{k=0}^{k=5} \frac{14400}{k!(5-k)!} (0.03)^k (0.63)^{5-k}$

Question 7 Soient X et Y deux variables aléatoires **indépendantes**. X suit une loi binomiale de paramètres $(5; 0.1)$ et Y une loi de Poisson de paramètre 0.5 . Alors on peut dire que :

- A) La série génératrice de X est un polynôme de degré 5
- B) La série génératrice de Y a pour rayon de convergence 1
- C) $Var(X + 3Y) = 1.95$
- D) $E(X + 3Y) = 2$

Question 8 α, β, γ étant trois réels, on considère la matrice

$$N = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ 0 & \beta & -1 \\ 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}$$

On peut dire que :

- A) La matrice N est diagonalisable si et seulement si les réels α, β, γ sont tous distincts
- B) Il existe trois réels uniques α, β, γ tels que la matrice N soit nilpotente
- C) Si les réels α, β, γ sont tous distincts alors les espaces propres sont tous de dimension 1
- D) Si les réels α, β, γ sont tous égaux alors N est diagonalisable

Question 9 Soient X et Y deux variables aléatoires **indépendantes** qui suivent respectivement des lois binomiales de paramètres $(m; \alpha)$ et $(n; \alpha)$ avec $m > n$ et Z et T deux variables aléatoires **indépendantes** qui suivent respectivement des lois de Poisson de paramètres β et γ .

On suppose que X, Y, Z et T sont indépendantes entre elles. On considère la matrice :

$$M = \begin{pmatrix} X + Y & 1 & 1 \\ 0 & Z + T & -1 \\ 0 & 0 & X + Y \end{pmatrix}$$

On peut affirmer que :

- A) L'évènement " M n'est pas inversible" a la même probabilité que l'évènement " $Z = -T$ "
- B) La probabilité de l'évènement " M est nilpotente" est $(\frac{1-\alpha}{e})^{\beta+\gamma}$
- C) La probabilité que M ait un espace propre de dimension 2 est :

$$\sum_{k=0}^{+\infty} p(Z + T = k + 1)p(X + Y = k)$$

- D) La probabilité que M soit diagonalisable sachant que $(X + Y = 0)$ est $e^{-\beta-\gamma}$

Question 10 n étant un entier naturel non nul, on considère X et Y deux variables aléatoires **indépendantes** à valeurs entières, de même loi uniforme sur $\{-n, \dots, n\}$.

- A) $p(X = Y) = \frac{1}{2n+1}$
- B) $p(X \leq Y) = 0.5 + \frac{1}{2n+1}$
- C) $p(X \geq Y) = 0.5 - \frac{1}{2n+1}$
- D) Les variables X et $-X$ suivent la même loi

Question 11 On dispose de deux dés cubiques classiques et de 11 urnes $\mathcal{U}_2, \dots, \mathcal{U}_{12}$.

Chaque urne \mathcal{U}_k contient 15 boules dont k boules noires, les autres boules étant blanches.

L'expérience est la suivante :

On lance les dés et l'on tire une boule dans l'urne dont le numéro est la somme des nombres affichés par les dés. On note A_k l'évènement "la boule tirée provient de l'urne \mathcal{U}_k ".

On note N l'évènement "la boule tirée est noire".

A) La formule suivante : $p(N) = \frac{1}{10} \sum_{k=2}^{k=12} \frac{k}{15}$ est correcte pour calculer $p(N)$

B) La probabilité que la boule provienne de l'urne \mathcal{U}_{10} sachant que la boule tirée est noire est : $\frac{1}{18p(N)}$

C) On effectue quatre tirages successifs indépendants. La probabilité d'avoir au moins une boule noire est : $1 - (p(N))^4$

D) On note Z la variable égale au nombre de boules noires obtenues à l'issue de quatre tirages. Alors : $E(Z) = 4p(N)$.

Question 12 On considère une expérience aléatoire ayant une probabilité $p \in]0; 1[$ de réussir et $1 - p$ d'échouer.

On répète l'expérience jusqu'à l'obtention de m succès, pour tout entier m , on note T_m la variable aléatoire égale au nombre d'expériences nécessaires.

A) Si $m > 1$ alors T_m suit une loi binomiale de paramètres $(m; p)$

B) T_1 suit une loi géométrique de paramètre p

C) Pour tout entier $n, n \geq m, p(T_m = n) = p^m(1 - p)^{n-m}$

D) $E(T_2) = \frac{1}{p}$.

Question 13 Soit X une variable aléatoire à valeurs dans \mathbb{N} , dont la loi est définie par :

$\forall k \in \mathbb{N}$, la probabilité de $(X = k)$ est $a \frac{(k+2)(k+1)}{2} p^k$, avec $a > 0$ et $p \in]0; 1[$

A) Pour que X soit bien une variable aléatoire il faut que $a = (1 - p)^2$

B) La série génératrice de X est $G_X(t) = \frac{a}{(1 - pt)^3}$

C) $E(X) = \frac{p}{1 - p}$

D) $E(X) = \frac{3p}{1 - p}$

Question 14 Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes discrètes à valeurs dans \mathbb{N} admettant des séries génératrices notées respectivement G_X et G_Y alors :

A) $G_X(1) = 0$

B) $G_{X+Y}(1) = 1$

C) Dans tous les cas : $Var(X) = G_X''(1) - (G_X'(1))^2$

D) $G_{X+Y} = G_X G_Y$

PARTIE 2

Question 15 f est un endomorphisme de \mathbb{C}^3 tel que son polynôme caractéristique soit :
 $\chi_f = (X - a)(X - b)(X - c)$, a, b, c étant trois nombres complexes. I_d est l'endomorphisme identité de \mathbb{C}^3 .

- A) f est toujours diagonalisable
- B) f n'est pas toujours diagonalisable
- C) On a toujours $\text{Ker}(f - aI_d) + \text{Ker}(f - bI_d) + \text{Ker}(f - cI_d) = \mathbb{C}^3$
- D) Si les trois nombres complexes a, b, c , sont tous distincts, alors :
 $(f - aI_d) \circ (f - bI_d) \circ (f - cI_d) = 0_{L(\mathbb{C}^3)}$

Question 16 A est une matrice de $M_n(\mathbb{R})$, $n > 0$, de polynôme caractéristique χ_A , alors :

- A) χ_A est toujours scindé dans $\mathbb{R}[X]$
- B) χ_A est toujours scindé à racines simples dans $\mathbb{C}[X]$
- C) χ_A est toujours irréductible dans $\mathbb{C}[X]$
- D) Si $n = 3$, A a toujours au moins une valeur propre réelle

Question 17 Soit A une matrice de $M_3(\mathbb{R})$, $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ alors :

- A) A est diagonalisable dans $M_3(\mathbb{R})$
- B) A est semblable à une matrice triangulaire inférieure

C) A est semblable à la matrice $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

- D) Le produit des valeurs propres est égal au produit des termes diagonaux de la matrice A

Question 18 Soit B une matrice de $M_3(\mathbb{C})$, b un nombre complexe : $B = \begin{pmatrix} 0 & i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ b & 0 & i \end{pmatrix}$ alors :

- A) Si $b = 0$, alors B est diagonalisable car toute matrice symétrique est diagonalisable
- B) Quel que soit b , B est semblable à une matrice triangulaire inférieure
- C) Quel que soit b , le polynôme caractéristique admet deux racines complexes conjuguées
- D) Quel que soit b , l'espace propre associé à la valeur propre i est de dimension 2

Question 19 Soit le système d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{C}^3$.

$$\begin{cases} 0 = x + y + z \\ 0 = x^2 + y^2 + z^2 \\ 0 = x^3 + y^3 + z^3 \end{cases}$$

alors on peut dire que :

A) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ appartient au noyau de $\begin{pmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3 & y^3 & z^3 \end{pmatrix}$ si et seulement si $x = y = z = 0$

B) Il n'existe pas $(x, y, z) \in \mathbb{C}^3$ pour lequel la matrice $\begin{pmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3 & y^3 & z^3 \end{pmatrix}$ est inversible

C) Ce système n'a aucune solution telle que $x \neq y$.

D) $\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3 & y^3 & z^3 \end{vmatrix} = 0$ si et seulement si $x = y$

Question 20 Soit M une matrice nilpotente non nulle de $M_n(\mathbb{C})$ ($n \in \mathbb{N}$; $n > 1$)
De manière générale, on peut dire que :

- A) Pour tout entier naturel p non nul, $M^p = 0_{M_n(\mathbb{C})}$
- B) 0 est toujours valeur propre simple de M
- C) M est de rang $n - 1$
- D) $\exists p \in \mathbb{N}^*$ tel que $\forall k \geq p, M^k = 0_{M_n(\mathbb{C})}$

Question 21 a, b, c , étant trois nombres complexes, on considère la matrice de $M_3(\mathbb{C})$, $N = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{pmatrix}$ alors :

A) Le polynôme caractéristique de N est :

$$(X - (a + b + c))\left(X - \frac{2a - b - c + i\sqrt{3}(b - c)}{2}\right)\left(X - \frac{2a - b - c - i\sqrt{3}(b - c)}{2}\right)$$

B) Le polynôme caractéristique de N peut toujours s'écrire :

$$(X - (a + b + c))\left(X - \frac{2a - b - c + i\sqrt{3}|b - c|}{2}\right)\left(X - \frac{2a - b - c - i\sqrt{3}|b - c|}{2}\right)$$

C) N est nilpotente si et seulement si $a = b = 0$

D) Pour tout entier n non nul, $\exists(a_n, b_n, c_n) \in \mathbb{C}^3$ tel que $N^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n & c_n \\ c_n & a_n & b_n \\ b_n & c_n & a_n \end{pmatrix}$

Dans les questions suivantes, nous allons étudier les matrices M de $M_n(\mathbb{C})$ telles que $n > 1$ et $\forall k \in \mathbb{N}^*, k \leq n, \text{tr}(M^k) = 0$.

Question 22 Soit M une matrice **triangulaire** de $M_3(\mathbb{C})$ telle que la trace de ses puissances $\text{tr}M, \text{tr}M^2, \text{tr}M^3$ soit nulle.

- A) Cette matrice est nécessairement la matrice nulle
- B) Au plus un de ses termes diagonaux est nul
- C) Tous ses termes diagonaux sont nuls
- D) $\lim_{n \rightarrow +\infty} M^n = 0_{M_3(\mathbb{C})}$

Question 23 Soit M une matrice **triangulaire** de $M_4(\mathbb{C})$ telle que la trace de ses puissances $\text{tr}M, \text{tr}M^2, \text{tr}M^3, \text{tr}M^4$ soit nulle.

- A) Cette matrice est nécessairement la matrice nulle
- B) Au plus deux de ses termes diagonaux sont nuls
- C) Tous ses termes diagonaux sont nuls
- D) $\lim_{n \rightarrow +\infty} M^n$ est la matrice nulle

Question 24 Soit M une matrice de $M_4(\mathbb{C})$ telle que la trace de ses puissances $\text{tr}M, \text{tr}M^2, \text{tr}M^3, \text{tr}M^4$ soit nulle.

- A) Cette matrice est semblable à une matrice nilpotente
- B) Au plus trois de ses termes diagonaux sont nuls
- C) Tous ses termes diagonaux sont nuls
- D) $\lim_{n \rightarrow +\infty} M^n$ est la matrice nulle

Question 25 Soit M une matrice **triangulaire** de $M_n(\mathbb{C})$ telle que la trace de ses puissances $trM, trM^2, trM^3, trM^4, \dots, trM^n$ soit nulle.

- A) Cette matrice est nécessairement la matrice nulle
- B) Au plus $n - 1$ de ses termes diagonaux sont nuls
- C) Tous ses termes diagonaux sont nuls
- D) Cette matrice est semblable à une matrice nilpotente.

Question 26 Soit M une matrice de $M_n(\mathbb{C})$ telle que la trace de ses puissances $trM, trM^2, trM^3, trM^4, \dots, trM^n$ soit nulle.

- A) Cette matrice est nilpotente
- B) Au plus $n - 1$ de ses termes diagonaux sont nuls
- C) Tous ses termes diagonaux sont nuls
- D) Quel que soit le réel a , $I_n + aM$ est inversible

PARTIE 3

Exercice 1

Dans cet exercice, on introduit les fonctions f définies sur \mathbb{R}^+ de la façon suivante : $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ étant une suite de réels strictement positifs.

$$f(0) = a_0$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \forall t \in [n; n+1[\quad f(t) = a_n$$

A chaque fonction f , on associe sa fonction transformée $T(f)$ définie par $T(f)(p) = \int_0^{+\infty} e^{-pt} f(t) dt$ où $p \in \mathbb{R}^{+*}$.

On supposera que les fonctions f envisagées sont telles que l'intégrale précédente est convergente pour tout réel p appartenant à un intervalle du type $]\alpha, +\infty[$ avec $\alpha > 0$.

Pour tout β réel positif, on définit sur \mathbb{R}^+ la fonction translatée de f : $f_\beta : t \rightarrow f(\beta + t)$.

Question 27 On a alors :

- A) $T(f_1)(p) = \int_1^{+\infty} e^{-pt} f(t) dt$
- B) $T(f_1)(p) = \int_{-1}^{+\infty} e^{-pt} f(t) dt$
- C) $T(f_1)(p) = e^p \int_{-1}^{+\infty} e^{-pt} f(t) dt$
- D) $T(f_1)(p) = e^p \int_1^{+\infty} e^{-pt} f(t) dt$

Question 28 On peut dire que :

- A) $T(f_1)(p) = a_0 e^p T(f)(p) - a_1 \frac{e^p}{p}$
- B) $T(f_1)(p) = a_1 e^p T(f)(p) - a_0 \frac{e^p}{p}$
- C) $T(f_1)(p) = e^p T(f)(p) - a_1 \frac{e^p - 1}{p}$
- D) $T(f_1)(p) = e^p T(f)(p) - a_0 \frac{e^p - 1}{p}$

Question 29 On peut écrire :

- A) $T(f_2)(p) = a_0 e^{2p} T(f)(p) - a_1 \frac{e^p}{p} + a_2 \frac{e^p - 1}{p}$
 B) $T(f_2)(p) = a_2 e^{2p} T(f)(p) - a_1 \frac{e^p}{p} + a_0 \frac{e^p - 1}{p}$
 C) $T(f_2)(p) = \frac{a_0 e^{2p} T(f)(p)}{p} - (e^p - 1)(a_0 e^p - a_1)$
 D) $T(f_2)(p) = e^{2p} T(f)(p) - \frac{(e^p - 1)}{p} (a_0 e^p + a_1)$

Question 30 Soit r un réel strictement positif. On considère la fonction g définie sur \mathbb{R}^+ de la façon suivante :

$$g(0) = 1$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \forall t \in [n; n+1[\quad g(t) = r^n$$

A chaque fonction g , on associe sa fonction transformée $T(g)$.

- A) $T(g)(p) = \frac{p(1 + e^r)}{1 - e^{-r}}$
 B) $T(g)(p) = \frac{(1 + e^r)}{p(1 - e^{-r})}$
 C) $T(g)(p) = \frac{(1 - e^{rp})}{p(1 - e^{-p})}$
 D) $T(g)(p) = \frac{(1 - e^{-p})}{p(1 - re^{-p})}$

Soit la suite réelle $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence :

$$\forall n \in \mathbb{N}, a_{n+2} - 5a_{n+1} + 6a_n = 0 \text{ avec } a_0 = 0 \text{ et } a_1 = 1$$

A chaque suite on associe la fonction f définie précédemment. Cette fonction vérifie sur chaque intervalle $[n, n+1[$ avec $n \in \mathbb{N}$, la relation

$$(E) : f_2 - 5f_1 + 6f = 0$$

Question 31 On déduit des relations précédentes la valeur de $T(f)(p)$:

- A) $T(f)(p) = \frac{p(1 - e^p)}{e^{-p}} \left(\frac{1}{2 - e^p} + \frac{1}{3 - e^p} \right)$
 B) $T(f)(p) = \frac{p(1 - e^p)}{e^{-p}} \left(\frac{1}{e^p + 3} + \frac{1}{e^p + 2} \right)$
 C) $T(f)(p) = \frac{(e^p - 1)}{p} \left(\frac{1}{e^p - 3} - \frac{1}{e^p - 2} \right)$
 D) $T(f)(p) = \frac{(e^p - 1)}{p} \left(\frac{3}{e^p - 3} - \frac{2}{e^p - 2} \right)$

Question 32 On peut en déduire la valeur du terme général de la suite (a_n) sous la forme :

- A) $a_n = \frac{1}{2}(4^n - 2^n)$
 B) $a_n = (2^{2n} - 3^n)$
 C) $a_n = (3^n - 2^n)$
 D) $a_n = (2^n - 1)$

On considère maintenant les deux suites réelles (p_n) et (q_n) définies par les relations de récurrences suivantes avec $(p_0 = q_0 = 1)$:

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} p_{n+1} = p_n + 2q_n \\ q_{n+1} = p_n + q_n \end{cases}$$

Question 33 On a alors les relations suivantes.

- A) $p_{n+2} = p_n - 3p_{n+1}$
- B) $p_{n+2} = p_n + 2p_{n+1}$
- C) $q_{n+2} = q_n + 2q_{n+1}$
- D) $q_{n+2} = q_n - 3q_{n+1}$

Question 34 On associe comme précédemment pour la suite (a_n) , à chacune des suites (p_n) et (q_n) une fonction. On désigne par h la fonction associée à la suite (p_n) et par $T(h)$ sa transformée. On a :

- A) $T(h)(p)(e^{2p} + 3e^p - 1) - \frac{e^p(1 - e^{-2p})(1 - e^p)}{p} = 0$
- B) $T(h)(p)(e^{2p} + 3e^p - 1) - \frac{e^{-p}(1 - e^{-2p})(1 - e^p)}{2p} = 0$
- C) $T(h)(p)(e^{2p} - 2e^p - 1) - \frac{e^p(1 - e^{-2p})(1 - e^p)}{p} = 0$
- D) $T(h)(p)(e^{2p} - 2e^p - 1) - \frac{e^p(1 - e^{-p})(1 + e^p)}{p} = 0$

Question 35 Dans la suite, on définit la suite (v_n) par : $v_n = \frac{p_n}{q_n}$ pour tout entier naturel n . On peut conclure :

- A) $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 2\sqrt{2}$
- B) $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 1 + \sqrt{2}$
- C) $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \sqrt{2} - 1$
- D) $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \sqrt{2}$

Exercice 2

u_0 et a étant deux réels strictement positifs, on considère maintenant la suite (u_n) définie par :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{1}{2} \left(u_n + \frac{a}{u_n} \right)$$

On associe naturellement à cette suite la fonction f définie pour tout $x > 0$ par $f(x) = \frac{1}{2} \left(x + \frac{a}{x} \right)$.

Question 36 On peut dire que :

- A) La courbe de f admet pour asymptote la droite d'équation $y = x/a$.
- B) $\forall x > 0, f(x) \geq 0$
- C) f admet un maximum en $x = \sqrt{a}$ et $f(\sqrt{a}) = \sqrt{a}$
- D) $\forall x > 0, f'(x) \geq 0$

Question 37 On peut écrire que :

- A) La suite (u_n) est croissante pour $u_0 > \sqrt{a}$ et décroissante pour $u_0 < \sqrt{a}$
- B) La suite (u_n) est décroissante pour $u_0 > \sqrt{a}$ et croissante pour $u_0 < \sqrt{a}$
- C) Quel que soit u_0 , la suite (u_n) est croissante
- D) Quel que soit u_0 , la suite (u_n) est décroissante

Question 38 En calculant les expressions : $E = u_{n+1}^2 - a$ et $F = u_{n+1} - \sqrt{a}$, on obtient :

- A) $E = \left(\frac{u_n^2 + a}{2u_n}\right)^2$ et $F = \frac{u_n}{2}(u_n - \sqrt{a})^2$
- B) $E = \left(\frac{u_n^2 - a}{2u_n}\right)^2$ et $F = \frac{u_n}{2}(u_n + \sqrt{a})^2$
- C) $E = \left(\frac{u_n^2 - a}{2u_n}\right)^2$ et $F = \frac{1}{2u_n}(u_n + \sqrt{a})^2$
- D) $E = \left(\frac{u_n^2 - a}{2u_n}\right)^2$ et $F = \frac{1}{2u_n}(u_n - \sqrt{a})^2$

Question 39 On peut dire que :

- A) La suite (u_n) est croissante et convergente seulement si $u_0 > \sqrt{a}$
- B) La suite (u_n) est décroissante et convergente seulement si $u_0 > \sqrt{a}$
- C) $\forall u_0 \neq \sqrt{a}$, la suite (u_n) est croissante et convergente
- D) $\forall u_0 \neq \sqrt{a}$, la suite (u_n) est décroissante et convergente

Question 40 Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

On définit la suite matricielle (M_n) par : $M_0 = A$ et $\forall n \in \mathbb{N}, M_{n+1} = \frac{1}{2}(M_n + AM_n^{-1})$
On obtient alors :

A) $\lim_{n \rightarrow +\infty} M_n = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 & 2 \\ \sqrt{3} & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

B) $\lim_{n \rightarrow +\infty} M_n = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}$

C) $\lim_{n \rightarrow +\infty} M_n = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

D) $\lim_{n \rightarrow +\infty} M_n = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 & 1 \\ 0 & \sqrt{3} & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

DE : My-Ngoc SENGTHAVISOUK	Tél .: +33 (0) 5 62 17 41 83	Fax : +33 (0) 5 62 17 40 79
A : TOUS LES CHEFS DE CENTRE		

Nombre de pages (y compris celle-ci) : 1

ICNA 2018

ERRATA

**POUR L'ÉPREUVE DE
PHYSIQUE**

Page 1, question 5

Au lieu de : vecteur vitesse

Lire : vecteur accélération

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve obligatoire de
PHYSIQUE

Durée : 4 heures

Coefficient : 2



Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde recto
- 1 page d'instructions recto-verso pour remplir le QCM (*à lire très attentivement*)
- 1 page d'avertissements recto
- 9 pages de texte recto-verso

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

ÉPREUVE OBLIGATOIRE DE PHYSIQUE

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

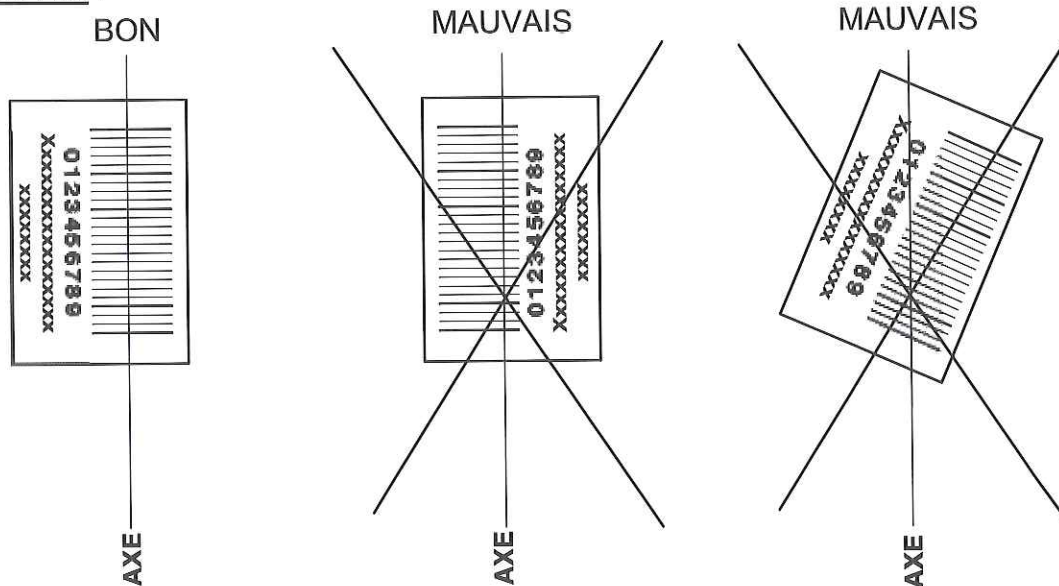
L'épreuve obligatoire de physique de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez, c'est-à-dire « épreuve obligatoire de physique ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :

- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillon qui vous seront fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, **certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.**

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

Tournez la page S.V.P.

A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 1 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question, la ligne correspondante doit rester vierge.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse : vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes : vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et **deux seulement**.
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne : vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fautive peut entraîner r pour la question correspondante une pénalité dans la note.

EXEMPLES DE RÉPONSES

Exemple I : Question 1 :

Pour une mole de gaz réel :

- A) $\lim_{P \rightarrow 0}(PV) = RT$, quelle que soit la nature du gaz.
- B) $PV = RT$ quelles que soient les conditions de pression et température.
- C) Le rapport des chaleurs massiques dépend de l'atomicité.
- D) L'énergie interne ne dépend que de la température.

Exemple II : Question 2 :

Pour un conducteur ohmique de conductivité électrique σ , la forme locale de la loi d'OHM est :

- A) $\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\sigma}$
- B) $\vec{j} = \sigma \vec{E}$
- C) $\vec{E} = \sigma^2 \vec{j}$
- D) $\vec{j} = \sigma^2 \vec{E}$

Exemple III : Question 3 :

- A) Le travail lors d'un cycle monotherme peut être négatif.
- B) Une pompe à chaleur prélève de la chaleur à une source chaude et en restitue à la source froide.
- C) Le rendement du cycle de CARNOT est $1 + \frac{T_2}{T_1}$.
- D) Le phénomène de diffusion moléculaire est un phénomène réversible.

Vous marquerez sur la feuille réponse :

1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	A	B	C	D	E
2	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	A	B	C	D	E
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	A	B	C	D	E

AVERTISSEMENTS

L'usage de calculatrices, de téléphones portables ou de documents personnels n'est pas autorisé

Dans certaines questions, les candidats doivent choisir la réponse parmi plusieurs valeurs numériques. Les valeurs fausses qui sont proposées sont suffisamment éloignées de la valeur exacte arrondie selon les règles habituelles, pour éliminer toute ambiguïté dans le choix de la bonne réponse.

Questions liées :

Mécanique : 1 à 10

Thermodynamique : 11 à 20

Optique : 21 à 30

Circuit : 31 à 40

Dans le plan xOy d'un repère $\mathcal{R}(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, le mouvement d'un point M est décrit, à partir de l'instant $t = 0$, par la variation de ses coordonnées cartésiennes en fonction du temps t :

$$x = b e^{-kt} \cos kt, \quad y = b e^{-kt} \sin kt, \quad \text{où } b \text{ et } k \text{ sont deux constantes positives.}$$

Question 1 Les coordonnées polaires ρ et φ de M vérifient :

- A) $\rho = b e^{-kt} (\cos kt + \sin kt)$
- B) $\rho = b e^{-kt}$
- C) $\varphi = kt$
- D) $\varphi = \frac{y}{x}$

Question 2 L'équation polaire de la trajectoire de M est :

- A) $\rho = b e^\varphi$
- B) $\rho = b e^{-\varphi}$
- C) $\rho = 2b e^\varphi$
- D) $\rho = 2b e^{-\varphi}$

Question 3 La trajectoire parcourue par M dans le plan (xOy) est :

- A) une parabole.
- B) une hyperbole.
- C) une ellipse.
- D) une spirale dont les coordonnées cartésiennes du centre sont $(b, 0, 0)$.

Question 4 Les composantes polaires v_ρ et v_φ du vecteur vitesse $\overrightarrow{v(M/\mathcal{R})}$ de M dans \mathcal{R} s'écrivent :

- A) $v_\rho = 0$
- B) $v_\rho = -k\rho$
- C) $v_\varphi = 0$
- D) $v_\varphi = k\rho$

Question 5 Les composantes polaires a_ρ et a_φ du vecteur vitesse $\overrightarrow{a(M/\mathcal{R})}$ de M dans \mathcal{R} s'écrivent :

- A) $a_\rho = 0$
- B) $a_\rho = 2k^2\rho$
- C) $a_\varphi = 0$
- D) $a_\varphi = -2k^2\rho$

Question 6 L'angle α entre le vecteur position repérant M et le vecteur $\overrightarrow{v(M/\mathcal{R})}$, orienté de \overrightarrow{OM} vers $\overrightarrow{v(M/\mathcal{R})}$, vérifie :

- A) $\alpha = \frac{\pi}{4}$
- B) $\alpha = \frac{3\pi}{4}$
- C) $\alpha = \frac{5\pi}{4}$
- D) $\alpha = \frac{7\pi}{4}$

Question 7 L'angle β entre le vecteur position repérant M et le vecteur $\overrightarrow{a(M/\mathcal{R})}$, orienté de \overrightarrow{OM} vers $\overrightarrow{a(M/\mathcal{R})}$, vérifie :

A) $\beta = \frac{\pi}{4}$

B) $\beta = \frac{3\pi}{4}$

C) $\beta = \frac{5\pi}{4}$

D) $\beta = \frac{7\pi}{4}$

Question 8 L'angle γ entre le vecteur $\overrightarrow{v(M/\mathcal{R})}$ et le vecteur $\overrightarrow{a(M/\mathcal{R})}$, orienté de $\overrightarrow{v(M/\mathcal{R})}$ vers $\overrightarrow{a(M/\mathcal{R})}$, vérifie :

A) $\gamma = \frac{\pi}{4}$

B) $\gamma = \frac{3\pi}{4}$

C) $\gamma = \frac{5\pi}{4}$

D) $\gamma = \frac{7\pi}{4}$

En réalité, le repère d'étude \mathcal{R} décrit un mouvement de rotation uniforme caractérisé par le vecteur de rotation $\overrightarrow{\Omega}(\mathcal{R}/\mathcal{R}_o)$ par rapport à un référentiel galiléen \mathcal{R}_o de référence.

Question 9 Les vecteurs $\overrightarrow{v_e}$, $\overrightarrow{a_e}$ et $\overrightarrow{a_c}$, respectivement, les vecteurs vitesse d'entraînement, accélération d'entraînement et accélération de Coriolis liés à M dans le mouvement de \mathcal{R} par rapport à \mathcal{R}_o vérifie, de manière générale :

A) $\overrightarrow{v_e} = \overrightarrow{0}$, $\overrightarrow{a_e} = \overrightarrow{0}$ et $\overrightarrow{a_c} = \overrightarrow{0}$

B) $\overrightarrow{v_e} = \overrightarrow{0}$, $\overrightarrow{a_e} \neq \overrightarrow{0}$ et $\overrightarrow{a_c} = \overrightarrow{0}$

C) $\overrightarrow{v_e} = \overrightarrow{0}$, $\overrightarrow{a_e} = \overrightarrow{0}$ et $\overrightarrow{a_c} \neq \overrightarrow{0}$

D) $\overrightarrow{v_e} \neq \overrightarrow{0}$, $\overrightarrow{a_e} = \overrightarrow{0}$ et $\overrightarrow{a_c} = \overrightarrow{0}$

Question 10 Les vecteurs vitesse et accélération de M dans \mathcal{R}_o sont notés $\overrightarrow{v(M/\mathcal{R}_o)}$ et $\overrightarrow{a(M/\mathcal{R}_o)}$. On a :

A) $\overrightarrow{v(M/\mathcal{R}_o)} = \overrightarrow{v(M/\mathcal{R})} + \overrightarrow{v_e}$

B) $\overrightarrow{v(M/\mathcal{R})} = \overrightarrow{v(M/\mathcal{R}_o)} + \overrightarrow{v_e}$

C) $\overrightarrow{a(M/\mathcal{R}_o)} = \overrightarrow{a(M/\mathcal{R})} + \overrightarrow{a_e} + \overrightarrow{a_c}$

D) $\overrightarrow{a(M/\mathcal{R})} = \overrightarrow{a(M/\mathcal{R}_o)} + \overrightarrow{a_e} + \overrightarrow{a_c}$

Pour déterminer la capacité thermique C_{cal} d'un calorimètre, on réalise l'expérience suivante :

- 25 mL d'eau sont placés dans le calorimètre. A l'équilibre, la température est égale à la température ambiante $T_1 = 20^\circ\text{C}$.
- 25 mL d'eau chaude de température $T_2 = 50^\circ\text{C}$ sont ajoutés dans le calorimètre. A l'équilibre, la température est $T_3 = 30^\circ\text{C}$.

Le système composé du calorimètre et de tout ce qu'il peut contenir est parfaitement calorifugé.

Question 11 L'ordre de grandeur de la capacité thermique massique c_{eau} de l'eau liquide, supposée constante, est :

- A) $4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- B) $4200 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- C) $1000 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- D) $1000 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Question 12 La capacité thermique C_{cal} du calorimètre est telle que :

- A) $C_{\text{cal}} = \frac{T_1 + T_2 - T_3}{T_3 - T_1} c_{\text{eau}}$
- B) $C_{\text{cal}} = \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_1} c_{\text{eau}}$
- C) $C_{\text{cal}} \approx 200 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
- D) $C_{\text{cal}} \approx 300 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

Question 13 Quelle aurait été la température finale si la capacité thermique du calorimètre avait été négligée ?

- A) 20°C
- B) 25°C
- C) 35°C
- D) 45°C

Pour le reste de l'exercice, la capacité thermique du calorimètre n'est pas négligée, et on prendra la valeur trouvée en **Question 12**.

Question 14 Le calorimètre est vidé de son eau. On met à l'intérieur un cube en laiton de masse $m_l = 500 \text{ g}$ et de capacité thermique massique $c_l \approx 400 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$. La température initiale de l'ensemble calorimètre-laiton est T_1 . On ajoute 200 mL d'eau à la température T_2 . A l'équilibre thermique du système, la température T_4 vaut :

- A) $T_4 = \frac{C_{\text{cal}}T_1 + c_{\text{eau}} \times 0.2T_2 + c_l m_l T_1}{C_{\text{cal}} + c_{\text{eau}} \times 0.2 + c_l m_l}$
- B) $T_4 = \frac{C_{\text{cal}}T_1 + c_{\text{eau}} \times 0.2 \times 10^{-3}T_2 + c_l m_l T_1}{C_{\text{cal}} + c_{\text{eau}} \times 0.2 \times 10^{-3} + c_l m_l}$
- C) $T_4 \approx 37^\circ\text{C}$
- D) $T_4 \approx 42^\circ\text{C}$

Question 15 Le calorimètre étant vidé et à la température T_1 , on dispose à l'intérieur un cube de 1 kg d'un solide de capacité thermique massique c_s inconnue et à la température T_5 . On ajoute 200 mL d'eau chaude à la température T_2 . L'équilibre thermique est alors atteint pour la température T_6 .

La température T_6 vérifie toujours :

- A) $T_6 > T_2$
- B) $T_6 < T_2$
- C) $T_6 > T_1$
- D) $T_6 < T_1$

Question 16 On considère que $c_s = 1000 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$, et on mesure $T_5 = 0^\circ\text{C}$; alors :

- A) $T_6 = 3^\circ\text{C}$
- B) $T_6 = 13^\circ\text{C}$
- C) $T_6 = 23^\circ\text{C}$
- D) $T_6 = 33^\circ\text{C}$

Question 17 On rappelle que dans le cas d'une transformation à pression constante, la variation d'entropie pour un corps de masse m , de capacité thermique massique c , s'écrit $\Delta S = mc \ln \frac{T_f}{T_i}$, où T_i et T_f sont respectivement la température initiale et finale du corps. Soit ΔS_{sys} la variation d'entropie totale du système étudié en **Question 15** et **Question 16**. Les calculs montrent :

- A) $\Delta S_{\text{sys}} \neq 0$
- B) $\Delta S_{\text{sys}} > 0$
- C) $\Delta S_{\text{sys}} < 0$
- D) $\Delta S_{\text{sys}} = 0$

Question 18 La transformation a les caractéristiques suivantes :

- A) réversible.
- B) irréversible.
- C) isotherme.
- D) isobare.

Question 19 Le calorimètre étant vidé et à la température T_1 , on introduit un morceau de glace (eau solide, densité égale à 1) de masse $m_s = 25 \text{ g}$ à la température $T_7 = 0^\circ\text{C}$, et, 100 mL d'eau chaude à la température T_2 . Lorsque l'équilibre thermique est atteint, la température est $T_8 = 25^\circ\text{C}$.

L'enthalpie massique de fusion de la glace L_f est voisine de :

- A) $100 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$
- B) $300 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$
- C) $700 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$
- D) $1000 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

Question 20 La capacité thermique massique de l'eau solide, supposée constante, est environ égale à la moitié de celle de l'eau liquide. Si le morceau de glace a maintenant une masse de 250 g et une température initiale égale à $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$, les calculs montrent que :

- A) la température finale à l'équilibre thermique est voisine de $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.
 - B) la température finale à l'équilibre thermique est positive.
 - C) la température finale à l'équilibre thermique est négative.
 - D) la température finale à l'équilibre thermique est impossible à calculer.
-

Question 21 L'objectif d'un appareil photographique numérique est assimilé à une unique lentille mince (\mathcal{L}) de distance focale f . On a la (ou les) caractéristique(s) suivante(s) :

- A) (\mathcal{L}) est une lentille convergente.
- B) (\mathcal{L}) est une lentille divergente.
- C) f correspond à la distance en millimètres entre le capteur et le centre optique de (\mathcal{L}).
- D) f correspond à la distance en millimètres entre le diaphragme et le centre optique de (\mathcal{L}).

Question 22 L'angle de champ, défini comme étant l'angle pouvant être capté par le dispositif, est tel que :

- A) son arcsinus est directement proportionnel à la focale utilisée.
- B) son arctangente est directement proportionnel à la taille du capteur.
- C) son augmentation permet de limiter la diffraction.
- D) son augmentation permet de limiter la dispersion.

Question 23 L'augmentation de focale permet :

- A) de changer de perspective.
- B) d'augmenter l'angle de champ.
- C) de ne voir qu'un détail du paysage.
- D) d'augmenter l'étendue de la scène photographiée.

Question 24 Si on photographie un détail avec une courte focale :

- A) les bords de l'image sont déformés.
- B) l'arrière plan est grossi.
- C) on augmente la luminosité.
- D) l'angle de champ est de quelques degrés.

Question 25 L'augmentation de l'ouverture du diaphragme permet :

- A) de photographier des sujets bien éclairés.
- B) d'augmenter l'étendue du faisceau lumineux admis dans l'appareil.
- C) d'augmenter la perspective.
- D) d'augmenter la netteté de la photographie.

Question 26 Concernant la durée d'exposition :

- A) elle permet de compenser une diminution de focale.
- B) elle permet de compenser une augmentation de focale.
- C) son ajustement permet de voir net un objet en mouvement.
- D) elle augmente si le temps d'ouverture du diaphragme augmente également.

Question 27 Lors d'une prise photographique, le phénomène de diffraction :

- A) augmente avec la focale.
- B) augmente inversement proportionnellement à la taille de l'objet.
- C) diminue avec l'ouverture du diaphragme.
- D) peut limiter la netteté des photos.

Question 28 Les capteurs CCD permettant la réalisation des images dans les appareils photographiques utilisent l'effet photo-électrique, dont la base est le principe de dualité onde-corpuscule. La lumière est assimilée à une particule unique :

- A) sans masse, de charge positive, et de vitesse infinie.
- B) sans masse, de charge négative, et de vitesse infinie.
- C) de masse non nulle, de charge nulle, et de vitesse infinie.
- D) de masse non nulle, de charge nulle, et de vitesse infinie.

Question 29 La lumière de la **Question 28** est-elle une onde :

- A) monochromatique ?
- B) plane ?
- C) stationnaire ?
- D) polarisée rectilignement ?

Question 30 Les caméras "infra-rouge" ont une plus grande sensibilité aux radiations "infra-rouge", c'est-à-dire telles que :

- A) les longueurs d'onde sont comprises approximativement entre 700 nm et 1000 nm.
 - B) les longueurs d'onde sont comprises approximativement entre 100 nm et 400 nm.
 - C) les fréquences sont inférieures à 10^{14} Hz.
 - D) les fréquences sont supérieures à 10^{14} Hz.
-

Un générateur de tension idéal, de force électromotrice $e(t)$ a une valeur efficace $E = 20 \text{ V}$, une fréquence $f = 50 \text{ Hz}$, et un déphasage à l'origine des temps $t = 0$ de 45° . A l'instant $t = 0$, $e(t = 0) > 0$, et $\left[\frac{de(t)}{dt} \right]_{(t=0)} < 0$. t est le temps, mesuré en seconde.

Question 31 La tension $e(t)$ vérifie :

- A) $e(t) = 20 \cos(50t + 45)$
- B) $e(t) = 20 \cos(50t - 45)$
- C) $e(t) = 20 \sin(50t + 45)$
- D) $e(t) = 20 \sin(50t - 45)$

Le générateur est branché sur une association parallèle constituée par :

Branche 1 : l'association série d'une bobine d'inductance L et d'un dipôle résistif de résistance R , parcourus par l'intensité $i_1(t) = I_{m1} \cos(\omega_1 t + \varphi_{o1})$.

Branche 2 : l'association série d'un condensateur de capacité C , d'une bobine d'inductance L et d'un dipôle résistif de résistance R , parcourus par l'intensité $i_2(t) = I_{m2} \cos(\omega_2 t + \varphi_{o2})$.

Question 32 Pour les variables ω_1 et ω_2 , on a :

- A) $\omega_1 = 50 \text{ s}^{-1}$
- B) $\omega_2 = 25 \text{ s}^{-1}$
- C) $\omega_1 + 2\omega_2 = 50 \text{ s}^{-1}$
- D) $\omega_1 = \omega_2$

Pour le reste de l'exercice, on considèrera $\omega_1 = \omega_2 = \omega$.

Question 33 On note j tel que $j^2 = -1$. Les impédances complexes \underline{Z}_1 et \underline{Z}_2 , respectivement des branches 1 et 2, s'écrivent :

- A) $\underline{Z}_1 = R + jL\omega$
- B) $\underline{Z}_1 = R + \frac{j}{L\omega}$
- C) $\underline{Z}_2 = R + jL\omega - \frac{j}{C\omega}$
- D) $\underline{Z}_2 = R - jC\omega + \frac{j}{L\omega}$

Question 34 L'impédance résultante \underline{Z} correspondant à l'association parallèle est :

- A) $\underline{Z} = \frac{(R + jL\omega)(1 - LC\omega^2 + jRC\omega)}{1 - 2LC\omega^2 + 2jRC\omega}$
- B) $\underline{Z} = \frac{(R - jL\omega)(1 - LC\omega^2 - jRC\omega)}{1 - 2LC\omega^2 - 2jRC\omega}$
- C) $\underline{Z} = \frac{(j + RL\omega)(j - jLC\omega^2 + RL\omega)}{2j + L\omega(2R - LC\omega^2)}$
- D) $\underline{Z} = \frac{(j - RL\omega)(j - jLC\omega^2 - RL\omega)}{2j - L\omega(2R + LC\omega^2)}$

Question 35 Les valeurs efficaces complexes \underline{I}_1 et \underline{I}_2 des courants $i_1(t)$ et $i_2(t)$ vérifient :

A) $\underline{I}_1 = \frac{E}{R + jL\omega}$

B) $\underline{I}_1 = E \left(\frac{1}{R} - j \frac{1}{L\omega} \right)$

C) $\underline{I}_2 = \frac{E}{R + jL\omega + j \frac{1}{C\omega}}$

D) $\underline{I}_2 = \frac{jCE\omega}{jRC\omega - LC\omega^2 + 1}$

Question 36 Les déphasages φ_1 et φ_2 des courants $i_1(t)$ et $i_2(t)$ par rapport à la tension $e(t)$ sont tels que :

A) $\varphi_1 = \arctan \frac{1}{RL\omega}$

B) $\varphi_1 = -\arctan \frac{L\omega}{R}$

C) $\varphi_2 = -\arctan \frac{LC\omega^2 - 1}{RC\omega}$

D) $\varphi_2 = \arctan \frac{1 - 2LC\omega^2}{2RC\omega}$

Question 37 Les valeurs de L , C et ω doivent satisfaire la condition suivante, pour que φ_1 et φ_2 soient opposés :

A) $LC\omega^2 = 1$

B) $2LC\omega^2 = 1$

C) $LC\omega^2 = 2$

D) $LC\omega^2 = \sqrt{2}$

Question 38 On souhaite que les courants $i_1(t)$ et $i_2(t)$ soient déphasés de $\frac{\pi}{2}$. Pour cela, les conditions suivantes doivent être réalisées :

A) $L\omega = R$

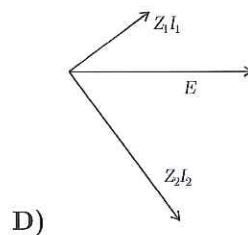
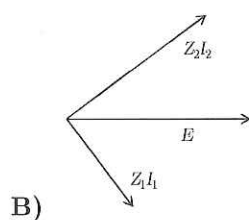
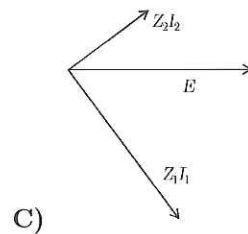
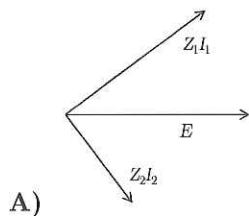
B) $RL\omega = 1$

C) $L(1 - LC\omega^2) = R^2C$

D) $LC\omega^2 - 1 = RC\omega$

Les conditions de la **Question 37** et de la **Question 38** sont réalisées simultanément pour la suite de l'exercice.

Question 39 La représentation de Fresnel correspondant au circuit à un instant t peut être donnée, en fonction des tensions efficaces dans les différentes branches, par le schéma suivant :



Question 40 On obtient pour $i_1(t)$ et $i_2(t)$:

- A) $i_1(t) = -I_{m1} \sin(\omega t)$
- B) $i_1(t) = I_{m1} \cos(\omega t)$
- C) $i_2(t) = I_{m2} \cos(\omega t)$
- D) $i_2(t) = -I_{m2} \sin(\omega t)$

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CÔNTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



**ÉPREUVE OBLIGATOIRE DE
FRANÇAIS**

Durée : 4 heures

Coefficient : 2



Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde recto
- 1 page d'instructions recto
- 4 pages de texte et questions recto-verso

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

ÉPREUVE OBLIGATOIRE DE FRANÇAIS

ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UNE SEULE COPIE

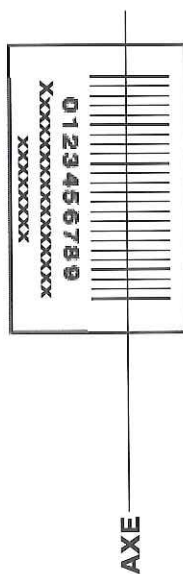
Vous devez coller dans les parties prévues à cet effet, **les 2 étiquettes** correspondant à l'épreuve que vous passez, c'est-à-dire « épreuve obligatoire de français ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

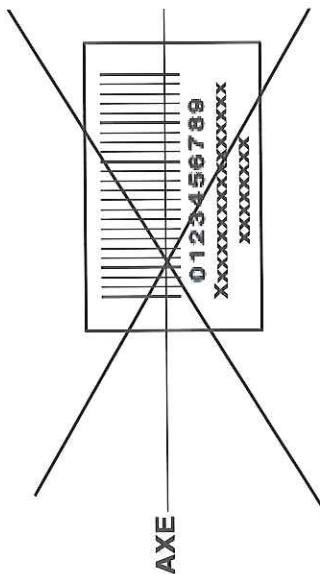
Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :

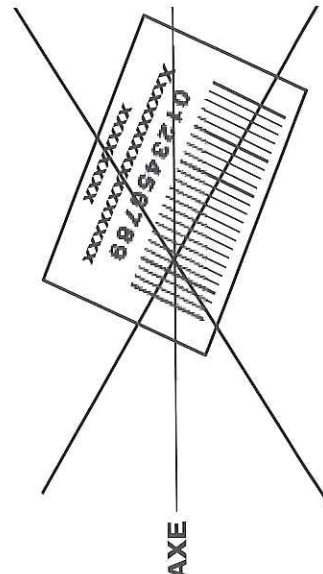
BON



MAUVAIS



MAUVAIS





1-Vous résumerez ce texte en 210 mots avec une marge de tolérance de dix mots (200-220). (Vous indiquerez le nombre de mots à la fin du résumé.)

2-Vous analyserez et discuterez cette citation en vous appuyant sur des exemples passés ou présents pour étayer votre réflexion.

«jusqu'à ce que la création littéraire devînt pour moi ce qu'elle est toujours, à ses grands moments d'authenticité, une feinte pour tenter d'échapper à l'intolérable. »

Critères d'évaluation

Un devoir structuré (une introduction avec des parties distinctes et une conclusion)
Présence d'arguments accompagnés d'exemples précis
Correction de la langue
Qualité de la mise en page
Respect de l'orthographe et de la ponctuation
Lisibilité de l'écriture

La Promesse de l'aube est l'autobiographie de l'auteur, Romain Gary (pseudonyme de Romain Kacew) qui raconte son enfance et sa vie adulte. Il décrit son arrivée en France, ses études d'aviation lors de la deuxième guerre mondiale et l'amour qu'il porte pour sa mère. Au moment où elle devient gérante d'un hôtel-restaurant nommé l'Hôtel - Pension Mermonts, Romain découvre, alors qu'il est lycéen, que sa mère souffre de diabète.

Ma mère se levait à six heures du matin, fumait trois ou quatre cigarettes, buvait une tasse de thé, s'habillait, prenait sa canne et se rendait au marché de la Buffa, où elle régnait incontestablement. Le marché de la Buffa, plus petit que celui de la vieille ville, où allaient s'approvisionner les grands palaces, desservait principalement les pensions de la région du boulevard Gambetta. C'était un lieu d'accents, d'odeurs et de couleurs, où de nobles imprécations s'élevaient au-dessus des escalopes, côtelettes, poireaux, et yeux de poissons morts, parmi lesquels, par quelque miracle méditerranéen, d'énormes bottes d'œillels et de mimosa trouvaient toujours moyen de surgir inopinément. Ma mère tâtait une escalope, méditait sur l'âme d'un melon, rejetait avec mépris une pièce de bœuf dont le flop mou sur le marbre prenait un accent d'humiliation, pointait sa canne vers des salades que le maraîcher protégeait immédiatement de son corps, avec un « je vous dis de ne pas toucher à la marchandise ! » désespéré, reniflait un brie, plongeait le doigt dans la crème d'un camembert et le goûtait. (...)

Je crois qu'elle avait vécu là quelques-uns de ses meilleurs moments.

Chaque fois que je reviens à Nice, je me rends au marché de la Buffa. J'erre longuement parmi les poireaux, les asperges, les melons, les pièces de bœuf, les fruits, les fleurs et les poissons. Les bruits, les voix, les gestes, les odeurs et les parfums n'ont pas changé, et il ne manque que peu de chose, presque rien, pour que l'illusion soit complète. Je reste là pendant des heures et les carottes et les endives font ce qu'elles peuvent pour moi.

Ma mère rentrait toujours à la maison les bras chargés de fleurs et de fruits. Elle croyait profondément à l'effet bienfaisant des fruits sur l'organisme et veillait à ce que je mangeasse au moins un kilo par jour. Je souffre de colite chronique depuis. Elle descendait aux cuisines, arrêtait un menu, recevait les fournisseurs, surveillait le service du petit déjeuner aux étages, écoutait les clients, faisait préparer les pique-niques des excursionnistes, inspectait la cave, faisait les comptes, veillait à tous les détails de l'affaire.

Un jour, après avoir grimpé une vingtaine de fois le maudit escalier qui menait du restaurant aux cuisines, elle s'assit brusquement sur une chaise, son visage et ses lèvres devinrent gris ; elle pencha un peu la tête de côté, ferma les yeux et mit la main sur la poitrine, tout son corps se mit à trembler.

Nous eûmes la chance que le diagnostic du médecin fût rapide et sûr : il s'agissait de coma hypoglycémique, due à une trop forte piqûre d'insuline.

C'est ainsi que j'appris ce qu'elle me cachait depuis deux ans : ma mère était diabétique et chaque matin, se faisait une piqûre d'insuline avant de commencer sa journée.

Une peur abjecte me saisit. Le souvenir du visage gris, la tête légèrement penchée, des yeux fermés, de cette main douloureusement posée sur la poitrine, ne me quitta plus jamais. L'idée qu'elle pût mourir avant que j'eusse accompli tout ce qu'elle attendait de moi, qu'elle pût quitter la terre avant d'avoir connu *la justice*, cette projection dans le ciel du système des poids et mesures humains, me paraissait un défi au bon sens, aux bonnes mœurs, aux lois, une sorte d'attitude de gangster métaphysique, quelque chose qui vous permettait d'appeler la police, d'invoquer la morale, le droit et l'autorité.

Je sentis qu'il fallait me dépêcher, qu'il me fallait en toute hâte écrire le chef-d'œuvre immortel, lequel, en faisant de moi le plus jeune Tolstoï de tous les temps, me permettrait d'apporter immédiatement à ma mère la récompense de ses peines et le couronnement de sa vie. Je m'attelai d'arrache-pied à la besogne.

Avec l'accord de ma mère, j'abandonnai provisoirement le lycée, et, m'enfermant une fois de plus dans ma chambre, me ruai à l'assaut. Je plaçai devant moi trois mille feuilles de papier blanc, ce qui était, d'après mes calculs, l'équivalent de *Guerre et Paix*, et ma mère m'offrit une robe de chambre très ample, modelée sur celle qui avait fait déjà la réputation de Balzac. Cinq fois par jour, elle entrouvrait la porte, déposait sur la table un plateau de victuailles et ressortait sur la pointe des pieds. J'écrivais alors sous le pseudonyme de François Mermont. Cependant, comme mes œuvres m'étaient régulièrement renvoyées par les éditeurs, nous décidâmes que le pseudonyme était mauvais, et j'écrivis le volume suivant sous le nom de Lucien Brûlard. Ce pseudonyme ne paraissait pas non plus satisfaire les éditeurs. Je me souviens qu'un de ces superbes, qui sévissait alors à la NRF¹, à un moment où je crevais de faim à Paris, me retourna un manuscrit, avec ces mots : « Prenez une maîtresse et revenez dans dix ans. » Lorsque je revins, en effet, dix ans plus tard, en 1945, il n'était malheureusement plus là : on l'avait déjà fusillé.

Le monde s'était rétréci pour moi jusqu'à devenir une feuille de papier contre laquelle je me jetais de tout le lyrisme exaspéré de l'adolescence. Et cependant, en dépit de ces naïvetés, ce fut à cette époque que je m'éveillai entièrement à la gravité de l'enjeu et à sa nature profonde.

¹Nouvelle Revue Française

Je fus étreint par un besoin de justice pour l'homme tout entier, quelles que fussent ses incarnations méprisables ou criminelles, qui me jeta enfin et pour la première fois au pied de mon œuvre future, et s'il est vrai que cette aspiration avait, dans ma tendresse de fils, sa racine douloureuse, tout mon être fut enserré peu à peu dans ses prolongements, **jusqu'à ce que la création littéraire devînt pour moi ce qu'elle est toujours, à ses grands moments d'authenticité, une feinte pour tenter d'échapper à l'intolérable**, une façon de rendre l'âme pour demeurer vivant.

Pour la première fois, en voyant ce visage gris aux yeux fermés, penché sur le côté, cette main sur la poitrine, la question de savoir si la vie est une tentation honorable se posa brusquement à moi. Ma réponse à la question fut immédiate, peut-être parce qu'elle m'était dictée par mon instinct de conservation, et j'écrivis fébrilement un conte intitulé *la Vérité sur l'affaire Prométhée* qui reste encore aujourd'hui pour moi la vérité sur l'affaire Prométhée. (...)

L'avenue Dante, qui mène de l'Hôtel-Pension Mermonts au marché de la Buffa, s'ouvrait devant ma fenêtre. De ma table de travail, je voyais ma mère venir de loin. Un matin, une envie irrésistible me vint de la consulter sur tout cela, de lui demander ce qu'elle en pensait. Elle était entrée dans ma chambre sans aucune raison, comme elle le faisait souvent, simplement pour fumer une cigarette en silence, en ma compagnie. J'étais en train d'apprendre pour mon bachot ; quelque vague folie sur la structure de l'univers. (...)

Ce jour-là elle portait une robe grise, un fichu violet, un collier de perles et un manteau gris jeté sur les épaules. Elle avait pris quelques kilos. Le médecin m'avait dit qu'elle pouvait encore tenir quelques années. Je cachai mon visage dans mes mains. Si seulement elle pouvait me voir en uniforme d'officier français, même si je ne devais jamais devenir ambassadeur de France, Prix Nobel de littérature, un de ses plus beaux rêves serait réalisé. Je devais commencer mon droit, cet automne-là, et avec un peu de chance... Dans trois ans, je pouvais faire une entrée triomphale à l'Hôtel-Pension Mermonts, dans mon uniforme de sous-lieutenant aviateur. Nous avons choisi l'aviation, ma mère et moi, depuis assez longtemps déjà : la traversée de l'Atlantique par Lindbergh l'avait vivement impressionnée et là encore je m'en voulais de ne pas y avoir pensé le premier.

1271 mots

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE

ÉPREUVE OBLIGATOIRE

D'ANGLAIS

Durée : 2 heures

Coefficient : 3

Cette épreuve comporte :
1 page de garde recto
1 page d'instructions recto-verso pour remplir le QCM (*à lire très attentivement*)
13 pages de texte et questions recto-verso

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

ÉPREUVE OBLIGATOIRE D'ANGLAIS

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve obligatoire d'anglais de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

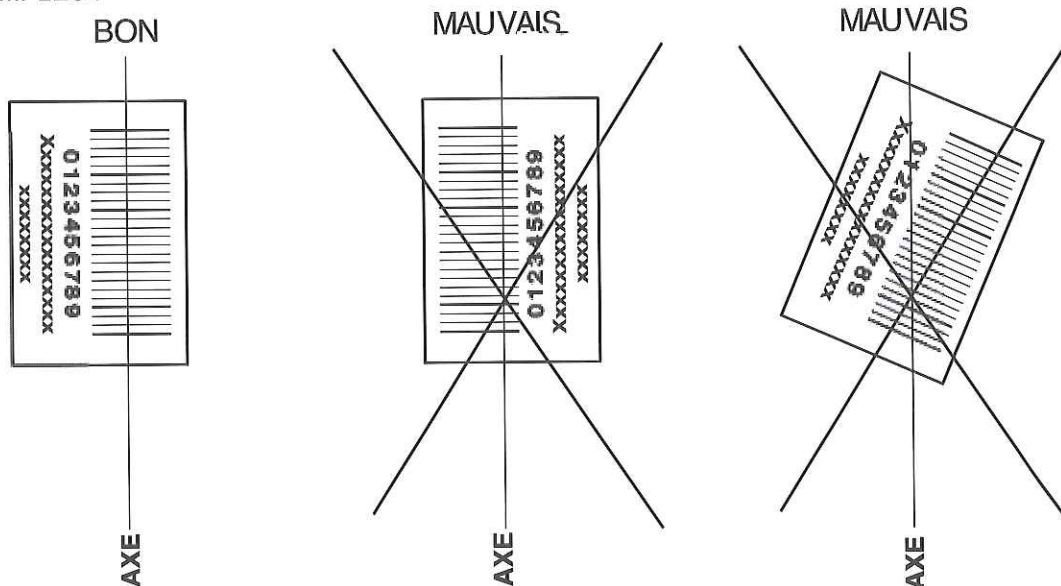
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez, c'est-à-dire « épreuve obligatoire d'anglais ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur **NOIRE**.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les brouillons qui vous sont fournis à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 80 questions. Vous devez donc porter vos réponses sur les lignes numérotées de 1 à 80. N'utilisez en aucun cas les lignes numérotées de 81 à 100. Veillez à bien porter vos réponses sur la ligne correspondant au numéro de la question.

Tournez la page S.V.P.

Pour chaque ligne numérotée de 1 à 80, vous vous trouvez en face de 2 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D, E

Complétez les phrases à l'aide des mots ou groupes des mots proposés.

1) European embassies in Britain dozens of incidents of suspected hate crime and abuse against their citizens, since the vote to leave the European Union.

- A) note B) noted C) was noting D) were noting E) have noted

2) The upsurge in attacks against eastern Europeans should come as no surprise, the way that they have been portrayed repeatedly as scroungers, cheats and, ultimately, threats.

- A) got B) given C) giving D) gived E) give

3) Two years later, in January 2014, he work on his house when a smaller animal walked up a dirt track leading out of a tin mine.

- A) did B) has done C) was doing D) will do E) has been doing

4) The Prime Minister has gone out of her to reassure EU leaders in recent days that Britain is not seeking to undercut the single market by adopting radical measures.

- A) mind B) house C) way D) zone E) path

5) A British teacher, being sought by police in Myanmar after a fellow expat was found dead in his flat after a night out drinking, is believed the country.

- A) to evade B) to have run C) to escape D) to have fled E) to have absconded

6) The case was opened at Kyauktada township police station, in the of Yangon, the commercial capital, near the Sule Pagoda.

- A) whole B) place C) heart D) side E) downtown

7) Horizon's director of studies told Agence France-Presse the school had heard that Ferguson died after he suffered a "hard to his chest and his head".

- A) bang B) hit C) push D) blow E) blast

8) The minister said there would be no of the overall criteria put in place for those applying for visas, suggesting any reforms could fall short of those demanded.

- A) softening B) soothing C) smoothing D) smooching E) soaping

9) Tikoo argued that any trading deal with India established if it was a "win-win" for both countries.

- A) will only be B) would only be C) would only have been D) would be E) will be

10) The issue also triggered discussion in the UK one group argued that India could demand the scrapping of subsidies for British farmers to enable a deal.

- A) why B) what C) that which D) when E) whose

11) Sam Bowman, executive director of the Adam Smith Institute, agreed that the benefits of a deal positive.

- A) will be B) are C) be D) would be E) were

12) When I was a girl of 11, I an argument with my father that left my psyche damaged.

- A) had B) has C) have D) have had E) hadn't

13) Suicides and assaults generally are at an high.

- A) all about B) all up C) all over D) all-out E) all-time

14) As a young man, I was deeply affected by the fact people to hate me for being gay.

- A) was allowed B) are allowing C) were allowed D) have allowed E) are allowed

15) It's strange to offer a pardon when nothing wrong.

- A) has done B) has been done C) had done D) was done E) is doing

16) Skygazers took to high-rise buildings, observatories and beaches to get a glimpse of the supermoon to Earth in almost seven decades

- A) closest B) closer C) most close D) more close E) closely

17) Prime minister John Key was quoted as saying the damage bill from the earthquake was to be at least "a couple of billion dollars".

- A) likely B) lively C) like D) livelihood E) probably

18) The Red Cross a huge humanitarian challenge in the South Island, saying its volunteers were struggling to reach affected regions.

- A) blessed B) flagged C) signposted D) pointed E) alerted

19) Less than a week after the victory of the real estate billionaire, own business dealings have come under repeated scrutiny, May's speech will warn about the undermining of the social contract.

- A) whom B) which C) whose D) who E) that

20) A cabinet minister told the Guardian that the Ukip leader's help in forging a productive relationship with the new US administration should not be dismissed

- A) out of doors B) out of hand C) out of sight D) out of view E) out of camp

Lisez le texte suivant. Complétez chaque blanc à l'aide des mots ou groupes de mots proposés à la fin du texte.

Haunted houses are about more than just ghosts

(21) or not ghosts are real is beside the point, Colin Dickey tells us in the first lines of "Ghostland." Rather, what compels him in this appealing book is the meaning of haunted places in contemporary American culture. "How do we deal with stories about (22) and their ghosts?" Dickey asks. "How do we inhabit and move through spaces that we have deemed haunted?"

To answer those questions, Dickey, a writer who has produced eerie studies of historical and anatomical oddities, turns his ever curious eye to the widespread phenomenon of haunting, to the lure of ghostly places for visitors and the impact of these places on local communities. The spectral map Dickey creates is as broad and packed as his book's title implies. As he interweaves a series of perceptive insights on architecture and human psychology, technology and ghost hunts, not to mention haunting as social control, Dickey shows how (23) what troubled us before and what troubles us now.

Dickey concludes that ghost stories, attached to particular places, often contain social anxieties and unsettled issues from the past. Ghosts, Dickey asserts, are a "convenient metaphor for a whole (24) of problems not connected to the supernatural," and talking about them "becomes a means to process or make sense of experiences that can otherwise seem overwhelming or mystifying."

While many of the ghost stories he recounts (25) in academic treatments as well as lighthearted local guides, with "Ghostland", Dickey achieves a geographical synthesis that is both intellectually intriguing and politically instructive.

21. A) If B) Whether C) Yes D) However E) No
22. A) death B) the died C) the death D) the dead E) died
23. A) reveal haunted houses B) haunted reveal houses
C) houses reveal haunted D) haunted houses reveal
E) reveals haunted house
24. A) hole B) hope C) host D) home E) hoar
25. A) could find B) might find C) may be found D) would find E) may find

Lisez le texte suivant. Complétez chaque blanc à l'aide des mots ou groupes de mots proposés à la fin du texte.

World wildlife falls by 58% in 40 years

The Living Planet assessment, by the Zoological Society of London and WWF, suggests that, if the trend continues, decline (26) two-thirds among vertebrates by 2020. The figures suggest that animals living in lakes, rivers and wetlands are suffering the biggest losses. For freshwater species alone, the decline stands at 81% since 1970. Human activity, including habitat loss, wildlife trade, pollution and climate change contributed (27) the declines.

Dr Mike Barrett, Head of Science and Policy at WWF, said: "It's pretty clear under this policy that we will see continued declines in these wildlife populations. But I think now we've reached a point where there isn't really any excuse to let this (28) We know what the causes are and we know the scale of the impact that humans are having on nature and on wildlife populations - it really is now down to us to act."

Dr Barrett said some groups of animals had fared worse than others.

"We do see particularly strong declines in the freshwater environment - for freshwater species alone, the decline stands at 81% since 1970. This is related to the way water is used and taken out of fresh water systems, and also the fragmentation of freshwater systems through (29) building, for example."

It also highlighted other species, such as African elephants, which have suffered huge declines in recent years (30) the increase in poaching, and sharks, which are threatened by overfishing.

26. A) could reach B) must reach C) can reach D) reaches E) has reached
27. A) at B) along C) with D) on E) to
28. A) carry in B) carry out C) carry off D) carry on E) carry up
29. A) darn B) dam C) damage D) damp E) damn
30. A) due B) during C) with D) while E) which

Complétez les phrases à l'aide des mots ou groupes des mots proposés.

- 31) I don't really mind being the of all their jokes but I guarantee that, if we find a solution, they'll all want to be my best friend then.
- A) funny B) top C) end D) laugh E) butt
- 32) It said that research had shown high concentrations of microplastics could cause physical harm to marine worms and that these plastics transfer along a "simple" food chain, such as from a mussel to a crab.
- A) must B) could C) should D) are E) had
- 33) To mark World Diabetes Day, the charity is seeking to awareness of the life-threatening complications of the condition.
- A) rise B) raise C) rose D) arise E) risen
- 34) The comments posted on their social media profiles, blogs and online pictures, ranged from bullying and abusive words about the way they looked, to death threats and even to kill themselves.
- A) being told B) been told C) telling D) to tell E) having told
- 35) Their use of social media has increased, them to more potential online dangers.
- A) deposing B) imposing C) supposing D) reposing E) exposing
- 36) The Briton will up 1,635 nautical miles, equal to nearly 1,900 land miles (3,000km) over the course of the swimming marathon, while taking in up to 12,000 calories a day.
- A) race B) write C) rack D) roll E) rope
- 37) Responding to the figures, the health secretary, said the number of children in adult psychiatric wards by 60% since 2010 and such places should be used rarely.
- A) fell B) had fallen C) is falling D) was falling E) have fallen
- 38) He pointed to the recent closure of two major school library services in Dorset and Berkshire, as numbers through lack of funding.
- A) count B) shrink C) figure D) bounce E) rear

- 39) The images and stories in both book award longlists..... off the page.
 A) lounge B) lope C) leap D) lunge E) loll
- 40) He claimed the figures showed numbers of young people were likely to be giving up on the idea of owning a property altogether.
 A) increased B) increasing C) an increase D) to increase E) were increasing
- 41) The fallout from the Brexit vote and the election of Donald Trump should serve as a warning about the dangers of up hatred and prejudice in political campaigns.
 A) whacking B) hitting C) walloping D) punching E) whipping
- 42) No one should ever find themselves by violence or hatred because of the colour of their skin, their religion, gender, sexuality or disability.
 A) chased B) pointed C) targeted D) picked E) tapped
- 43) The danger is that everything will be just got rid and the next generation will have absolutely no idea about that determination to use architecture to transform society.
 A) of B) off C) out D) in E) to
- 44) Even if permission granted for the building's conversion to a house, it would only be worth £100,000 at most.
 A) could be B) can be C) might be D) may be E) is being
- 45) The recording and video will go on general in the new year, to raise awareness of the foundation set up to give a lasting legacy to the life of Jo Cox MP, who died in June 2016.
 A) relay B) review C) release D) reverse E) rethink
- 46) Corbyn suggested he would not make attempts to block any to trigger Article Fifty.
 A) bench B) check C) bind D) bill E) way
- 47) NHS plans that could lead to hospital and A&E closures have been kept from the public and barely involved frontline staff.
 A) ordered B) quiet C) hide D) secret E) under

48) Headley, 34, is described as black, 5ft 10in tall, of slim build with brown eyes and hair.

A) black short B) black small C) short black D) small black E) little black

49) A health has issued guidelines to improve healthcare in prisons.

A) crackdown B) symptom C) injection D) watchdog E) upstart

50) According to recent, there are more than 4,400 prisoners aged 60 or over in England and Wales, nearly three times that in 2002.

A) faces B) figures C) arms D) legs E) eyes

Lisez le texte suivant. Complétez chaque blanc à l'aide des mots ou groupes de mots proposés à la fin du texte.

Washington nurseries warned off scary stories for children

It could be goodbye to Roald Dahl and farewell to fairytales for children in daycare centres in the state of Washington, following the issue of new regulations suggesting that "Books that glorify violence (51) or show frightening images are not considered to be appropriate for young readers".

Daycare nurseries in Washington (52) a state subsidy if they meet a series of requirements, one of which is to make "appropriate books accessible to children". While the guidelines, as made public by the National Coalition Against Censorship (NCAC), do not provide a list of books for nurseries, they do suggest that children (53) "look closely at fables, fairytales, and nature/science books", and that "books that glorify violence in any way or show frightening images are not considered to be appropriate". (54) this summer, a UK-based survey found that one third of parents also steers clear of reading books containing scary characters to their children.

The NCAC warned that, while the new regulations are intended to steer children away from "disturbing" material, they could "(55) forcing daycare providers into self-censoring the reading materials that they provide to young children".

"Countless pedagogically valuable books that cater to young audiences rely on images that toddlers might find frightening," said the free-speech organisation, pointing to books including Maurice Sendak's "Where the Wild Things Are", fairytales such as "Little Red Riding Hood" and "Hansel and Gretel", and nature books containing images of lions, bears or dinosaurs.

"The effect of the 'frightening images' standard is thus that daycare providers may be, ironically, prevented from selecting many fairytales and nature/science books. Fairytales, of course, are full of scary images," said the NCAC. "The standard also (56) books that depict or describe animals or people eating other animals or people. This would, naturally, impact science books covering the more Darwinian aspects of (57) history and also fairytales like "There Was an Old Lady Who Swallowed a Fly"."

The organisation has contacted the Washington Library Association about the new policy, saying that (58)..... it "trusts Washington state's intentions, it expresses concern that its overbroad wording may impact a number of pedagogically beneficial books. Not to (59) that the standards ignore the fact children may benefit from confronting their fears in safe and controlled environment.

Psychologist Emma Kenny told the Guardian in August that "fear is a natural response. And when you are reading a scary story to a child, or they're reading to themselves, the child has got a level of control – they can put it down, or ask you to stop. And the story can raise a discussion, in which they can explore and explain the way they feel (60)..... a situation."

51. A) in any way B) in a way C) anyway D) in the way E) in ways
52. A) may be earned B) can earn C) could earn D) would earn E) will earn
53. A) shall B) might C) can D) try E) should
54. A) In front of B) Sooner C) Earlier D) Closer E) Further
55. A) make end B) end up C) end D) put end to E) end out
56. A) prohibits B) prospects C) provides D) protracts E) proclaims
57. A) nature B) nautical C) animals D) monkey E) natural
58. A) well B) through C) any D) while E) therefore
59. A) mind B) mention C) moan D) marry E) muddle
60. A) up B) around C) about D) side E) at

Lisez le texte suivant. Complétez chaque blanc à l'aide des mots ou groupes de mots proposés à la fin du texte.

Depleted police forces 'failing to curb use of phones by drivers'

Drivers using mobile phones at the wheel are regularly escaping punishment, with police now imposing a fraction of the number of fines (61) five years ago.

The RAC said recent figures showed an epidemic of handheld mobile use going unchallenged. Its road safety spokesman, Pete Williams, said: "The number of fixed penalty notices issued by police forces in England and Wales for illegal handheld phone use at the wheel has, frankly, fallen off a (62) The figures lay (63) the scale of the handheld mobile phone epidemic that has been allowed to sweep (64) the country largely unchallenged. The simple truth is the problem of illegal handheld phone use at the wheel is undeniably getting worse, with fewer and fewer people (65) caught."

The Department for Transport has vowed to crack down on the use of mobiles at the wheel, a factor cited in 22 fatal accidents last year, by doubling fines. But government statistics released on Thursday suggest depleted police forces are no longer willing or (66) to enforce the rules.

RAC research released in September showed that the proportion of motorists who believe calling (67) driving is acceptable has doubled to 14%, from 7% in 2014, and one in five drivers believes it is safe to check social media on their phone while stopped in traffic.

The Department for Transport said it would be starting a "hard-hitting campaign" to make phone use at the wheel (68) unacceptable.

Chief constable Suzette Davenport, of the National Police Chiefs' Council, said: "Police have adapted to significant increases in motorists' use of mobile phones at the wheel, as well as phones themselves becoming much smarter.

"In recent years, officers (69) more tactics available them, such as sending offenders on courses to learn about the impact and consequences of driving when distracted and the key principles of road safety, and our approach is a blend of enforcement and education.

"Like drink-driving, we have to work towards changing people's attitudes. We measure success not only in terms of the number of offenders caught, (70) by driving behaviours changed.

'People just don't know how dangerous it is'.

61. A) to give B) gave C) given D) giving E) which gave
62. A) bridge B) cliff C) boat D) scooter E) chair
63. A) up B) on C) bare D) under E) aside
64. A) along B) across C) up D) around E) under
65. A) being B) were C) which are D) had E) have been
66. A) asking B) able C) unhappy D) up E) wanting
67. A) which B) why C) while D) what E) who
68. A) sociopath B) social C) society D) socially E) solely
69. A) had B) have C) have had D) had had E) have have
70. A) and more B) and too C) with also D) but too E) but also

Lisez le texte suivant. Complétez chaque blanc à l'aide des mots ou groupes de mots proposés à la fin du texte.

How ExoMars Schiaparelli lander may have met its fate on Mars

It was supposed to be the first European spacecraft to carry out science on Mars, but it now looks (71) that the European Space Agency's (ESA) Schiaparelli lander met its end in a destructive high-speed collision at the planet's surface. Although ESA has not yet conceded that its lander crashed – and it may be weeks before its fate is known for certain – scientists said that this appeared the most likely scenario.

The data (72) back from Schiaparelli show that the first five minutes of its descent went flawlessly. The craft entered the atmosphere, its heat shield worked effectively and it deployed its parachute to slow it from supersonic speeds to around 240 km (149 miles) per hour. The probe also successfully switched on its radar, which it uses to refine the (73) sequence, based on its speed and altitude. At some point after switching on the radar, Schiaparelli's sequence began to depart from what scientists (74), however.

First, it jettisoned its parachute about 30 seconds earlier than happened in their simulations, not a problem in itself because the craft had already (75) to its terminal speed and was in free fall. Next, its retrorockets switched on, but only for three or four seconds rather than the 30 seconds required to slow Schiaparelli down sufficiently for a gentle landing. After the thrusters switched off, the craft carried on transmitting for a further 19 seconds, during (76) time its computers entered their "landing" sequence, then the transmissions went silent. The thrusters are designed to switch off automatically a few metres above the surface to avoid throwing up a large plume of Martian dust.

The sudden radio silence, 50 seconds sooner than expected, could indicate that the craft had smashed into the surface at high speed. Its belly featured a crushable structure, something like the crumple zone on a car, designed to absorb the final shock of touchdown – but this was supposed to occur at walking (77)

If the collision happened at high speed, Schiaparelli may have ended up in a squashed state similar to that of Nasa's Genesis probe when it crashed down in a Utah desert in 2004 after its parachute failed to deploy. If Schiaparelli split apart it was likely to have "stayed in big chunks" rather than shattered, Vago predicted. Schiaparelli's parachute, which is about eight metres across when laid flat, might help lead scientists to the craft's final (78) place.

The question now is how the failed landing will affect plans for ESA's six-wheeled rover, due to be launched in 2020, (79) Schiaparelli was always intended as a technology demonstrator. The part of the descent sequence that worked well for Schiaparelli (80) from the rover and will rely on four parachutes, including a giant one 35 metres in diameter, instead of just one. However the rover is designed with a similar onboard computer, radar, gyroscope and accelerometer, and it seems that one of these bits of machinery, or the dialogue between them, was where things went wrong.

71. A) sure B) good C) right D) possibly E) likely
72. A) burned B) logged C) beamed D) burrowed E) blasted
73. A) descent B) descend C) decent D) descending E) down
74. A) anticipated B) had anticipated C) have anticipated
D) have been anticipating E) have had anticipated
75. A) speeded up B) slowed down C) caught up D) dried up E) hunkered down
76. A) what B) that C) which D) whatever E) whoever
77. A) step B) stride C) rate D) velocity E) pace
78. A) sleeping B) lying C) landing D) resting E) posing
79. A) to what B) for which C) that D) by which E) for that
80. A) diverts B) differences C) differs D) distances E) dims

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



ÉPREUVE OBLIGATOIRE À OPTION
MATHÉMATIQUES

Durée : 4 heures

Coefficient : 2



Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde recto
- 1 page d'instructions recto-verso pour remplir le QCM (*à lire très attentivement*)
- 10 pages de texte recto-verso

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

ÉPREUVE OBLIGATOIRE A OPTION DE MATHÉMATIQUES

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve obligatoire de mathématiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

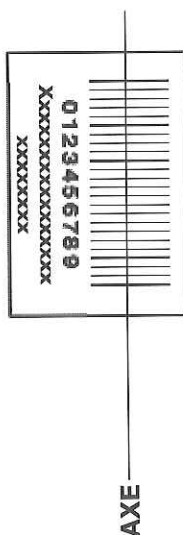
- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez, c'est-à-dire « épreuve obligatoire de mathématiques ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

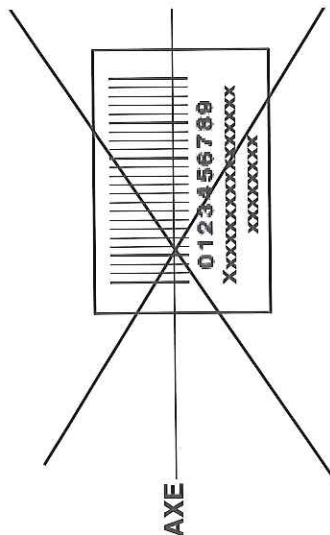
Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :

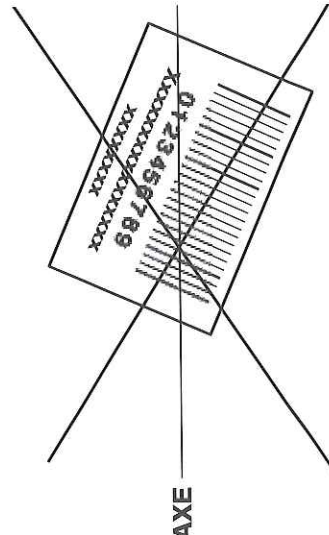
BON



MAUVAIS



MAUVAIS



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur **NOIRE**.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillons qui vous sont fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

Tournez la page S.V.P.

5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, **certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.**

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 seront neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 1 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question, *la ligne correspondante doit rester vierge.*
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse : *vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.*
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes : *vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.*
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne : *vous devez alors noircir la case E.*

Attention, toute réponse fautive peut entraîner pour la question correspondante une pénalité dans la note.

EXEMPLES DE RÉPONSES :

Question 1 : $1^2 + 2^2$ vaut :
A) 3 B) 5 C) 4 D) -1

Question 2 : le produit (-1) (-3) vaut :
A) -3 B) -1 C) 4 D) 0

Question 3 : Une racine de l'équation $x^2 - 1 = 0$ est :
A) 1 B) 0 C) -1 D) 2

Vous marquerez sur la feuille réponse :

1	<input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/>
3	<input checked="" type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/>

Les ensembles de nombres usuels sont notés en caractères gras : \mathbf{C} pour l'ensemble des complexes, \mathbf{R} pour l'ensemble des réels, \mathbf{Q} pour l'ensemble des rationnels.

PARTIE I : QUESTIONS PRÉLIMINAIRES

Sauf mention du contraire, les questions de cette partie sont indépendantes les unes des autres. Les notations et le résultat de certaines d'entre elles pourront être utilisés dans les autres parties.

1) Étant donnés trois réels x , y et z , on a :

A) $x^2 + \frac{y^2}{3} + xy = \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{y^2}{12}$.

B) $x^2 + \frac{y^2}{3} + xy = \left(x + \frac{y}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(1 + \frac{2}{\sqrt{3}}\right)xy$.

C) $(x - y - z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy - 2xz + 2yz$.

D) $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz$.

2) L'application $u: (x, y) \mapsto \frac{1}{4}xy$ définie de \mathbf{R}^2 dans \mathbf{R} est :

A) un produit scalaire sur \mathbf{R}^2 .

B) linéaire.

C) continue sur \mathbf{R}^2 (supposé normé) et les applications partielles $x \mapsto u(x, y)$, pour y fixé, et $y \mapsto u(x, y)$, pour x fixé, sont continues sur \mathbf{R} (supposé normé).

D) une norme sur \mathbf{R}^2 .

3) On suppose que \mathbf{R}^2 est normé. L'ensemble $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2, |xy| \leq 4\}$ est :

A) la boule fermée de centre $(0, 0)$ et de rayon 1 pour la norme u définie à la question 2.

B) compact.

C) borné.

D) fermé.

Tournez la page S.V.P.

- 4) Soit E un espace vectoriel normé de dimension finie sur un corps \mathbf{K} (\mathbf{R} ou \mathbf{C}). De manière générale, on peut affirmer que :
- A) toute application de E dans E et continue sur E est un endomorphisme de E .
 - B) si p est un entier supérieur ou égal à 1, toute application p -linéaire de E^p (muni de la norme produit) dans E est continue sur E^p .
 - C) toute partie fermée de E est un espace vectoriel de dimension finie.
 - D) l'image d'une partie compacte par un endomorphisme de E est une partie compacte de E .
- 5) Le produit de deux fonctions réelles f et g définies et continues sur $]0; 1]$ est intégrable sur $]0; 1]$ si :
- A) f et g sont intégrables sur $]0; 1]$.
 - B) $|f|$ et $|g|$ sont intégrables sur $]0; 1]$.
 - C) f^2 et g^2 sont intégrables sur $]0; 1]$.
 - D) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$ ou $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = 0$.
- 6) Soit α un réel. La fonction $t \mapsto t^\alpha \ln t$ définie sur $]0; 1]$ est intégrable sur $]0; 1]$:
- A) si $\alpha = -1$.
 - B) si et seulement si $\alpha > -1$.
 - C) si et seulement si $\alpha \leq 1$.
 - D) pour tout réel α .
- 7) Soit $(a_n)_{n \geq 0}$ une suite décroissante de réels positifs ou nuls, avec $a_0 = 1$. On peut affirmer que :
- A) la suite $(a_n)_{n \geq 0}$ est minorée par 1.
 - B) la suite $(a_n)_{n \geq 0}$ converge vers 0.
 - C) la série $\sum a_n$ converge.
 - D) la série $\sum a_{n+1} - a_n$ converge.
- 8) Soit (b_n) une suite de réels positifs ou nuls telle que la série $\sum nb_n$ converge. On montre alors que les séries de terme général b_n et $n(b_{n-1} - b_n)$ convergent et que l'on a :
- A) $\sum_{n=1}^{+\infty} n(b_{n-1} - b_n) = \sum_{n=1}^{+\infty} b_n$.
 - B) $\sum_{n=1}^{+\infty} n(b_{n-1} - b_n) = \sum_{n=0}^{+\infty} b_n$.
 - C) $\sum_{n=1}^{+\infty} n(b_{n-1} - b_n) = b_0$.
 - D) $\sum_{n=1}^{+\infty} n(b_{n-1} - b_n) = 0$.
- 9) On désigne par A et B deux sous-ensembles non vides et minorés de \mathbf{R} .
On pose : $A + B = \{a + b, a \in A, b \in B\}$, $-A = \{-a, a \in A\}$ et $A^2 = \{a^2, a \in A\}$.
Si elle existe, on note $\inf(C)$ la borne inférieure de $C \subset \mathbf{R}$.
On peut affirmer que :
- A) $\inf(A + B)$ existe et que $\inf(A + B) = \inf(A) + \inf(B)$.
 - B) $\inf(-A)$ existe et que $\inf(-A) = -\inf(A)$.
 - C) $\inf(A^2)$ existe et que $\inf(A^2) = (\inf(A))^2$.
 - D) $\inf(A + \{1\})$ existe et que $\inf(A + \{1\}) = \inf(A) + 1$.

PARTIE II : CALCUL DE DISTANCE

Dans cette partie, pour n entier naturel quelconque, on note $\mathbf{R}_n[X]$ l'espace vectoriel des polynômes à coefficients réels, de degré inférieur ou égal à n . On confondra un polynôme à coefficients réels et sa fonction polynôme associée définie sur \mathbf{R} .

10) Soit n un entier naturel. On a :

- A) $\dim \mathbf{R}_n[X] = n$.
- B) $\mathbf{R}_n[X]$ est stable par produit de polynômes.
- C) Le $(n + 1)$ -uplet de polynômes à degrés échelonnés $(X, X(X - 1), X(X - 1)(X - 2), \dots, X(X - 1)(X - 2) \cdots (X - n))$ est une base de $\mathbf{R}_n[X]$.
- D) l'ensemble des polynômes à coefficients réels, de degré égal à n , est un espace vectoriel.

Pour P et Q dans $\mathbf{R}_n[X]$, on pose : $\varphi(P, Q) = \int_0^1 P(t)Q(t) dt$.

11) P et Q appartenant à $\mathbf{R}_n[X]$, et P' et Q' désignant respectivement leur polynôme dérivé, on peut affirmer que :

- A) pour tout réel λ , on a : $\varphi(\lambda P, \lambda Q) = \lambda \varphi(P, Q)$.
- B) $\varphi(P', Q) + \varphi(P, Q') = P(1)Q(1) - P(0)Q(0)$.
- C) $[\varphi(P, Q)]^2 \leq \varphi(P, P)\varphi(Q, Q)$.
- D) $\varphi(P', Q') = P(1)Q(1) - P(0)Q(0)$.

12) On cherche deux polynômes P_0 de degré 0 et P_1 de degré 1 vérifiant : $\varphi(P_0, P_1) = 0$.
Un couple de polynômes (P_0, P_1) vérifiant cette condition est :

- A) $(0, X)$.
- B) $(1, X)$.
- C) $(2, X - 1)$.
- D) $(-1, 2X - 1)$.

13) On peut construire une base orthonormée de $\mathbf{R}_1[X]$, qui est muni du produit scalaire φ .
Une telle base est :

- A) $(1, \sqrt{3}(X - 1))$.
- B) $(0, X)$.
- C) $(1, \sqrt{3}(2X - 1))$.
- D) $(1, \sqrt{2}X)$.

Tournez la page S.V.P.

On note E l'espace vectoriel des fonctions réelles continues sur $]0; 1]$, de carré intégrable sur $]0; 1]$.

14) On peut affirmer que :

- A) pour tout $\beta > -1$, la fonction $t \mapsto t^\beta \ln t$, définie sur $]0; 1]$, appartient à E .
- B) la fonction $t \mapsto \ln t$, définie sur $]0; 1]$, appartient à E .
- C) la fonction $t \mapsto \frac{1}{\sqrt{t}}$, définie sur $]0; 1]$, appartient à E .
- D) l'espace E est de dimension finie sur \mathbf{R} .

Pour f et g dans E , on pose : $\psi(f, g) = \int_0^1 f(t)g(t) dt$. On admet que ψ est un produit scalaire sur E .

Pour tout réel t , on pose : $p_0(t) = 1$, $p_1(t) = t$ et $p_2(t) = 2\sqrt{3}t - \sqrt{3}$.

15) On peut affirmer que :

- A) $\psi(\ln, p_0) = 1$.
- B) $\psi(\ln, p_2) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- C) $\psi(\ln, \ln) = -\sqrt{2}$.
- D) $\psi(p_1, p_2) = 0$.

On pose : $F = \text{Vect}(p_0, p_1)$ et on note $p_F(\ln)$ la projection orthogonale de \ln sur F .

16) On peut affirmer que :

- A) $\psi(\ln, p_F(\ln)) = 0$.
- B) $p_F(\ln) = \psi(\ln, p_0)p_0 + \psi(\ln, p_1)p_1$.
- C) $p_F(\ln) = \psi(\ln, p_1)p_1 + \psi(\ln, p_2)p_2$.
- D) $\psi(p_F(\ln), p_F(\ln)) = [\psi(\ln, p_0)]^2 + [\psi(\ln, p_2)]^2$.

17) On note $\|\cdot\|$ la norme associée au produit scalaire ψ . L'ensemble $\{\|\ln - f\|, f \in F\}$ est :

- A) minoré par $\|\ln - p_F(\ln)\|$.
- B) majoré par $\|\ln - p_F(\ln)\|$.
- C) non minoré et non majoré.
- D) non vide.

18) On note $\|\cdot\|$ la norme associée au produit scalaire ψ et on pose : $d = \inf(\{\|\ln - f\|, f \in F\})$.

Alors on a :

- A) $d^2 = \inf(\{\|\ln - f\|^2, f \in F\})$.
- B) $d^2 = \|\ln\|^2 + \|p_F(\ln)\|^2$.
- C) $d = \min(\{\|\ln - f\|, f \in F\})$.
- D) $d < \inf(\{\|\ln\| - \|f\|, f \in F\})$.

19) Les questions précédentes permettent de conclure que $\inf\left(\left\{\int_0^1 (\ln t - at - b)^2 dt, (a, b) \in \mathbf{R}^2\right\}\right)$ existe et qu'elle est égale à :

- A) $\frac{1}{4}$.
- B) $\frac{1}{2}$.
- C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$.
- D) $\frac{3}{2}$.

PARTIE III : ÉTUDE D'EXTREMA

Dans cette partie, pour tout (a, b) dans \mathbf{R}^2 , on pose : $f(a, b) = a^2 + \frac{b^2}{3} + ab + 2a + \frac{b}{2} + 2$.

20) On peut affirmer que :

- A) la fonction f n'est pas de classe \mathcal{C}^∞ sur \mathbf{R}^2 .
- B) la fonction f est différentiable sur \mathbf{R}^2 .
- C) si pour tout (a, b) dans \mathbf{R}^2 , on note $\partial_1 f(a, b)$ la dérivée partielle de f par rapport à la première variable, appliquée au point (a, b) , on a alors : $\partial_1 f(a, b) = 3a + \frac{5b}{3} + \frac{3}{2}$.
- D) pour tout entier $k \geq 3$, les dérivées partielles de f d'ordre k sont toutes nulles sur \mathbf{R}^2 .

21) Sur \mathbf{R}^2 , la fonction f :

- A) admet $(0, 0)$ comme point critique.
- B) n'admet aucun point critique.
- C) a pour ensemble de points critiques $\left\{ (0, 0), \left(-\frac{7}{4}, \frac{3}{2} \right) \right\}$.
- D) admet un seul point critique.

Pour tout (a, b) dans \mathbf{R}^2 , on pose : $X = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, ${}^tX = \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$ et : $g(a, b) = 2a + \frac{b}{2} + 2$.

On admet qu'il existe une unique matrice symétrique A d'ordre 2 telle que pour tout (a, b) dans \mathbf{R}^2 , on a : $f(a, b) = {}^tXAX + g(a, b)$.

On note v l'endomorphisme de \mathbf{R}^2 canoniquement associé à A .

22) Avec ces notations, la matrice A est :

- A) égale à $\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$.
- B) inversible.
- C) orthogonale.
- D) égale à $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$.

On note λ_1 et λ_2 les deux valeurs propres de la matrice A et E_i l'espace propre de v associé à la valeur propre λ_i , pour i dans $\{1, 2\}$.

23) Avec ces notations, on a :

- A) $\lambda_1 + \lambda_2 = -\frac{4}{3}$.
- B) pour tout i dans $\{1, 2\}$, on a : $(\lambda_i - 1) \left(\lambda_i - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{4}$.
- C) pour tout i dans $\{1, 2\}$, on a : $E_i = \text{Vect} \{ (1, 2(\lambda_i - 1)) \}$.
- D) la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2(\lambda_1 - 1) & 2(\lambda_2 - 1) \end{pmatrix}$ est orthogonale.

Tournez la page S.V.P.

On munit \mathbf{R}^2 du produit scalaire usuel. On note P la matrice de passage de la base canonique de \mathbf{R}^2 à une base orthonormée (e_1, e_2) , où e_i est un élément de E_i , pour i dans $\{1, 2\}$. On note enfin Δ la matrice représentant l'endomorphisme v dans la base (e_1, e_2) .

24) Avec ces notations, on a :

- A) ${}^tP\Delta P = A$.
- B) $P\Delta = AP$.
- C) ${}^t(\Delta P) = A{}^tP$.
- D) $\Delta P = AP$.

Soit δ_1 et δ_2 deux réels non nuls. On pose : $M = \begin{pmatrix} \frac{1}{\delta_1} & \frac{1}{\delta_2} \\ \frac{2(\lambda_1 - 1)}{\delta_1} & \frac{2(\lambda_2 - 1)}{\delta_2} \end{pmatrix}$.

25) La matrice M est orthogonale :

- A) si et seulement si : $\delta_1 = \delta_2$.
- B) quels que soient δ_1 et δ_2 , pourvu qu'ils soient non nuls.
- C) si et seulement si : $\delta_i^2 = 1 + 4(\lambda_i - 1)^2$, pour i dans $\{1, 2\}$.
- D) si et seulement si : $\frac{1}{\delta_1^2} + \frac{1}{\delta_2^2} = 1$.

Dans toute la suite de cette partie, la matrice M est supposée orthogonale.

Pour tout (x, y) dans \mathbf{R}^2 , on pose : $X' = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, ${}^tX' = (x \ y)$ et :

$$f'(x, y) = f\left(\frac{x}{\delta_1} + \frac{y}{\delta_2}, \frac{2(\lambda_1 - 1)}{\delta_1}x + \frac{2(\lambda_2 - 1)}{\delta_2}y\right)$$

$$g'(x, y) = g\left(\frac{x}{\delta_1} + \frac{y}{\delta_2}, \frac{2(\lambda_1 - 1)}{\delta_1}x + \frac{2(\lambda_2 - 1)}{\delta_2}y\right)$$

26) Soit (x, y) dans \mathbf{R}^2 . On peut écrire $f'(x, y)$ sous la forme :

- A) ${}^tX'\Delta X' + g'(x, y)$.
- B) ${}^t(MX')A(MX') + g'(x, y){}^tX'X'$.
- C) $M^{-1}AMX' + g'(x, y)$.
- D) ${}^tX'(\Delta + g'(x, y)I)X'$, où I est la matrice unité d'ordre 2.

27) Pour tout (x, y) dans \mathbf{R}^2 , l'écriture explicite de $g'(x, y)$ est :

- A) $\frac{\lambda_1}{\delta_1}x + \frac{\lambda_2}{\delta_2}y + 2$.
- B) $\frac{\lambda_1 + 1}{\delta_1}x + \frac{\lambda_2 + 1}{\delta_2}y + 2$.
- C) $\frac{\lambda_1 - 1}{\delta_1}x + \frac{\lambda_2 - 1}{\delta_2}y + 2$.
- D) $\frac{2(\lambda_1 - 1)}{\delta_1}x + \frac{2(\lambda_2 - 1)}{\delta_2}y + 2$.

28) Pour tout (x, y) dans \mathbf{R}^2 , on obtient par la suite :

$$f'(x, y) = \lambda_1(x + \alpha)^2 + \lambda_2(y + \beta)^2 - \frac{1}{4}(\gamma_1 + \gamma_2) + 2,$$

où α et β sont deux réels et, pour i dans $\{1, 2\}$: $\gamma_i = \frac{(\lambda_i + 1)^2}{\lambda_i \delta_i^2}$.

En utilisant le fait que $\lambda_1 = u + v\sqrt{13}$, avec u et v dans \mathbf{Q} , et en remarquant que $\lambda_2 = u - v\sqrt{13}$, on montre que :

A) $\gamma_1 + \gamma_2 = 2\gamma_1$.

B) $\gamma_1 + \gamma_2 = 0$.

C) $\gamma_1 + \gamma_2 = 7$.

D) $\gamma_1 + \gamma_2 = \frac{7}{2} - \frac{5}{52}\sqrt{13}$.

29) D'autre part, en posant, pour tout (s, t) dans \mathbf{R}^2 : $f''(s, t) = f\left(s - \frac{5}{2}, t + 3\right)$, on obtient :

A) $f''(s, t) = -\left(s + \frac{t}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{3 - 2\sqrt{3}}{3}\right)st - \frac{1}{4}$.

B) $f''(s, t) = (s - 1)^2 + \frac{t^2}{3} - \frac{3}{4}$.

C) $f''(s, t) \geq \frac{3}{4}$.

D) $f''(s, t) \geq \frac{1}{4}$.

30) On peut déduire des résultats précédents que la fonction f :

A) admet au moins un extremum global sur \mathbf{R}^2 .

B) n'admet pas d'extremum local sur \mathbf{R}^2 .

C) admet un extremum global unique sur \mathbf{R}^2 et cet extremum est un minimum.

D) admet un extremum local unique sur l'ensemble $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2, |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$.

PARTIE IV : ESPÉRANCE D'UN COMPTEUR

Soit $(X_n)_{n \geq 1}$ une suite de variables aléatoires indépendantes définies sur le même espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P})$, qui suivent la même loi de Bernoulli de paramètre p , où $0 < p < 1$.

On pose : $Y_0 = 0$ et, pour tout entier $n \geq 1$: $Y_n = \sum_{k=1}^n X_k$.

31) Pour $n \geq 1$, Y_n suit :

- A) la loi de Bernoulli de paramètre p .
- B) la loi binomiale de paramètres n et p .
- C) la loi géométrique de paramètre p .
- D) la loi de Poisson de paramètre np .

Pour tout entier naturel n et tout entier naturel k , on pose : $F_n(k) = \mathbf{P}(Y_n \leq k)$.

32) Pour tout entier naturel k et pour tout entier $n \geq k$, le nombre $F_n(k)$ peut s'écrire :

- A) $e^{-np} \sum_{i=0}^k \frac{(np)^i}{i!}$.
- B) $\sum_{i=0}^k \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$.
- C) $1 - (1 - np)^k$.
- D) $p(k+1)$.

33) On montre que :

- A) pour tout entier naturel k , la suite $(F_n(k))_{n \geq 0}$ est croissante et converge vers 1.
- B) pour tout entier naturel n , la suite $(F_n(k))_{k \geq 0}$ est décroissante et converge vers 0.
- C) pour tout entier naturel k , la série (d'indice n) $\sum n F_n(k)$ converge.
- D) pour tout entier naturel n , la série (d'indice k) $\sum k F_n(k)$ converge.

Pour tout entier k , on pose : $N_k = \text{card} \{Y_n \mid 0 \leq Y_n \leq k\}$. La variable aléatoire N_k représente ainsi le nombre de variables aléatoires Y_n dont la valeur appartient à $\{0, \dots, k\}$. On pourra utiliser par la suite le fait que $(Y_n)_{n \geq 0}$ est une suite positive et croissante.

34) Pour tout entier naturel k et tout entier $n \geq 1$, on a :

- A) $0 \leq Y_{n-1} \leq k \iff n \leq N_k$.
- B) $\forall i \in \{0, \dots, n\} \quad k+1 \leq Y_i \iff k+1 \leq Y_n$.
- C) $\mathbf{P}(N_k = n) = F_{n-1}(k) - F_n(k)$.
- D) $\mathbf{P}(N_k = n) = F_n(k) - F_{n-1}(k)$.

On admet que, pour tout entier naturel k , la variable aléatoire N_k est à valeurs entières et qu'elle admet une espérance, notée $\mathbf{E}(N_k)$.

35) Le nombre $\mathbf{E}(N_0)$ est égal à :

- A) $\frac{1}{1-p}$.
- B) $\frac{1}{p^2}$.
- C) $\frac{p+1}{p}$.
- D) $\frac{1}{p}$.

36) Pour tout entier naturel k , on établit que la série $\sum F_n(k)$ converge et qu'on a :

- A) $\mathbf{E}(N_k) = \sum_{n=0}^{+\infty} F_n(k)$.
- B) $\mathbf{E}(N_k) = k+1 + \sum_{n=k+1}^{+\infty} F_n(k)$.
- C) $\mathbf{E}(N_k) = \sum_{n=1}^{+\infty} k(F_{n-1}(k) - F_n(k))$.
- D) $\mathbf{E}(N_k) = \sum_{n=0}^{+\infty} nF_n(k)$.

37) Le nombre $\mathbf{E}(N_1)$ est égal à :

- A) $\frac{1}{2(p+1)}$.
- B) $\frac{2}{p}$.
- C) $\frac{1}{(1-p)^2}$.
- D) $\frac{1}{p^2}$.

38) Pour x dans $] - 1 ; 1[$, et α réel, on a :

$$A) (1-x)^\alpha = 1 + \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \alpha(\alpha-1) \cdots (\alpha-n+1) \frac{x^n}{n!}.$$

$$B) (1-x)^\alpha = 1 - \sum_{n=1}^{+\infty} \alpha(\alpha-1) \cdots (\alpha-n) \frac{x^n}{n!}.$$

$$C) (1-x)^\alpha = 1 + \sum_{n=1}^{+\infty} \alpha(\alpha-1) \cdots (\alpha-n+1) \frac{x^n}{n!}.$$

$$D) (1-x)^\alpha = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n+1} \alpha(\alpha-1) \cdots (\alpha-n+1) \frac{x^n}{n!}.$$

39) Du développement en série entière précédent, on peut déduire que, pour tout x dans $] - 1 ; 1[$ et tout entier naturel k , on a :

$$A) \sum_{n=k}^{+\infty} \binom{n}{k} x^{n-k} = \frac{1+x}{(x-1)^k}.$$

$$B) \sum_{n=k}^{+\infty} \binom{n}{k} x^{n-k} = \frac{1+x}{(1-x)^k}.$$

$$C) \sum_{n=k}^{+\infty} \binom{n}{k} x^{n-k} = \frac{1}{(1-x)^{k+1}}.$$

$$D) \sum_{n=k}^{+\infty} \binom{n}{k} x^{n-k} = \frac{1}{x(1+x)^k}.$$

40) On montre finalement que :

$$A) \text{ pour tout entier naturel } k, \text{ on a : } \mathbf{E}(N_{k+1}) - \mathbf{E}(N_k) = \frac{1}{p^2}.$$

$$B) (\mathbf{E}(N_k))_{k \geq 0} \text{ est la suite arithmétique de premier terme } \frac{1}{p} \text{ et de raison } \frac{1}{p}.$$

$$C) \text{ pour tout entier naturel } k, \text{ on a : } \mathbf{E}(N_k) = \frac{k+1}{2-p}.$$

$$D) \text{ pour tout entier naturel } k, \text{ on a : } \mathbf{E}(N_k) = \frac{1+kp}{p^2}.$$

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2018

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



ÉPREUVE OBLIGATOIRE À OPTION
PHYSIQUE

Durée : 4 heures

Coefficient : 3



Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde recto
- 1 page d'instructions recto-verso pour remplir le QCM (*à lire très attentivement*)
- 1 page d'avertissements recto
- 8 pages de texte recto-verso

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

ÉPREUVE OBLIGATOIRE A OPTION DE PHYSIQUE

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve obligatoire à option de physique de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

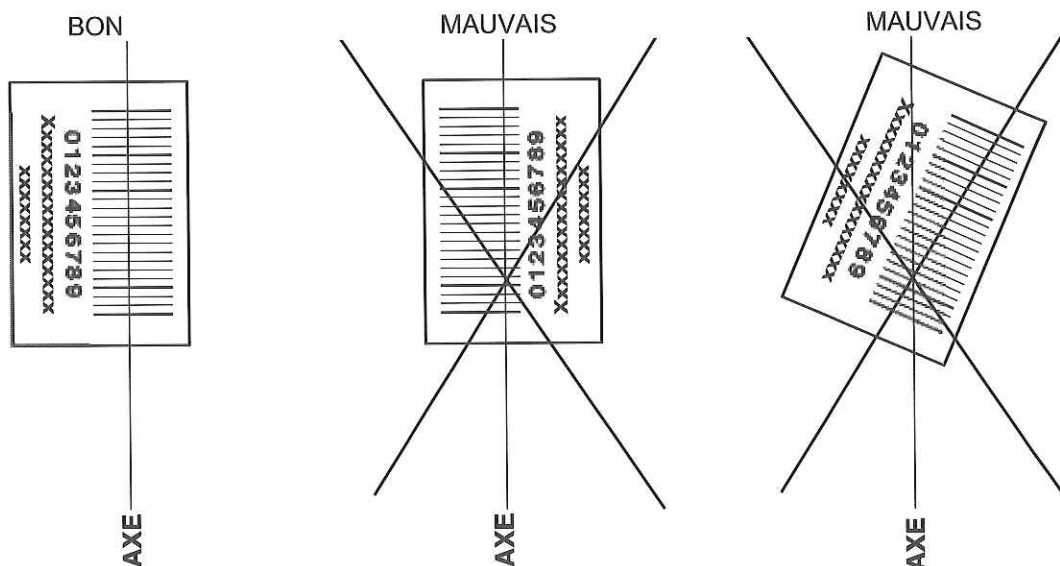
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez, c'est-à-dire « épreuve obligatoire à option de physique ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification à **gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les brouillons qui vous seront fournis à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, **certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.**

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

Tournez la page S.V.P.

A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question, la ligne correspondante doit rester vierge.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse : vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes : vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne : vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fautive peut entraîner pour la question correspondante une pénalité dans la note.

EXEMPLES DE RÉPONSES

Exemple I : Question 1 :

Pour une mole de gaz réel :

- A) $\lim_{P \rightarrow 0}(PV) = RT$, quelle que soit la nature du gaz.
- B) $PV = RT$ quelles que soient les conditions de pression et température.
- C) Le rapport des chaleurs massiques dépend de l'atomicité.
- D) L'énergie interne ne dépend que de la température.

Exemple II : Question 2 :

Pour un conducteur ohmique de conductivité électrique σ , la forme locale de la loi d'OHM est :

- A) $j = \frac{E}{\sigma}$
- B) $j = \sigma E$
- C) $E = \sigma^2 j$
- D) $j = \sigma^2 E$

Exemple III : Question 3 :

- A) Le travail lors d'un cycle monotherme peut être négatif.
- B) Une pompe à chaleur prélève de la chaleur à une source chaude et en restitue à la source froide.
- C) Le rendement du cycle de CARNOT est $1 + \frac{T_2}{T_1}$
- D) Le phénomène de diffusion moléculaire est un phénomène réversible.

Vous marquez sur la feuille réponse :

1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	A	B	C	D	E
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	A	B	C	D	E
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	A	B	C	D	E
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

AVERTISSEMENTS

Les calculatrices sont interdites pour cette épreuve. Dans certaines questions, les candidats doivent choisir entre plusieurs valeurs numériques. Les valeurs fausses qui sont proposées ont des ordres de grandeur suffisamment différents de la valeur exacte arrondie selon les règles habituelles, afin d'éliminer toute ambiguïté dans le choix de la bonne réponse.

Conformément aux notations internationales, les vecteurs sont représentés en caractères gras, et le produit vectoriel, noté par une croix (\times).

QUESTIONS LIEES

Particule chargée [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]

Optique [8, 9, 10, 11, 12, 13, 14]

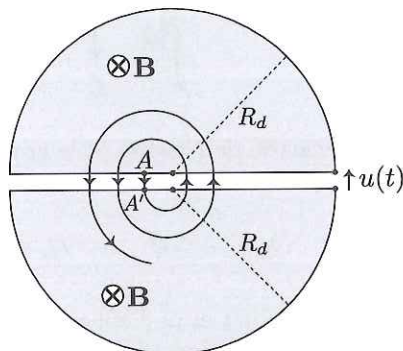
Électromagnétisme [15, 16, 17, 18, 19, 20, 21]

Thermodynamique [22, 23, 24, 25, 26, 27, 28]

Électronique [29, 30, 31, 32, 33, 34]

Mécanique des fluides [35, 36, 37, 38, 39, 40]

1. Un accélérateur de particules comporte deux régions demi-cylindriques creuses appelées *dees* (en raison de la forme en D de ces régions), de rayon R_d à l'intérieur desquelles règne un champ magnétique \mathbf{B} , uniforme et stationnaire, d'intensité $3,2 \text{ T}$, parallèle à la génératrice des cylindres (Fig. ci-après). Elles sont reliées à un générateur qui impose entre elles une tension sinusoïdale de fréquence constante f : $u(t) = u_m \cos(2\pi ft)$ avec $u_m = 20 \text{ kV}$. L'espace entre les *dees*, dit inter-électrodes, de faible épaisseur $d \approx 2 \text{ cm}$, est donc siège d'un champ électrique que l'on suppose uniforme. Un proton, de masse $m_p \approx 1,7 \times 10^{-27} \text{ kg}$ et de charge $e \approx 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ est injecté en A à l'instant initial au voisinage du centre de l'accélérateur, avec une énergie cinétique négligeable. Le passage du proton dans la zone inter-électrodes se fait suffisamment rapidement, pour que, pendant la traversée de la particule, on puisse admettre que le champ électrique est : *i*) constant et de norme égale à sa valeur maximale *ii*) colinéaire à la vitesse de la particule et orienté dans le même sens. Lorsque que le proton atteint le bord d'un dee, il sort de l'accélérateur.



Déterminer l'énergie cinétique $(\Delta \mathcal{E}_k)_1$ gagnée par le proton lors de sa première traversée (AA' , cf. Fig. précédente) de l'espace inter-électrodes.

- A) $(\Delta \mathcal{E}_k)_1 = m_p c^2$ B) $(\Delta \mathcal{E}_k)_1 = \frac{1}{2} m_p c^2$ C) $(\Delta \mathcal{E}_k)_1 = -e u_m$ D) $(\Delta \mathcal{E}_k)_1 = e u_m$

2. Évaluer la vitesse v_1 du proton à l'issue de cette première accélération, c'est-à-dire en A' (Fig. précédente) :

- A) $v_1 \approx 200 \text{ m.s}^{-1}$ B) $v_1 \approx 2 \times 10^4 \text{ m.s}^{-1}$ C) $v_1 \approx 2 \times 10^6 \text{ m.s}^{-1}$ D) $v_1 \approx 2 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

3. Dans les *dees*, les trajectoires du proton sont circulaires (Fig. précédente). On note R le rayon de l'une de ces trajectoires et ω_c la vitesse angulaire du proton sur cette trajectoire. Déterminer ω_c :

- A) $\omega_c = \frac{2eB}{m_p}$ B) $\omega_c = \frac{eB}{m_p}$ C) $\omega_c = \frac{eB}{2m_p}$ D) $\omega_c = \frac{m_p}{eB}$

4. Quelle est la durée du trajet τ_d du proton dans un des *dees* ?

- A) $\tau_d \approx 100 \text{ ps}$ B) $\tau_d \approx 10 \text{ ns}$ C) $\tau_d \approx 100 \text{ ns}$ D) $\tau_d \approx 1 \mu\text{s}$

5. Que doit valoir f , en régime non relativiste, pour accélérer de manière optimale le proton ?

- A) $f \approx 10 \text{ MHz}$ B) $f \approx 50 \text{ MHz}$ C) $f \approx 100 \text{ MHz}$ D) $f \approx 5 \text{ GHz}$

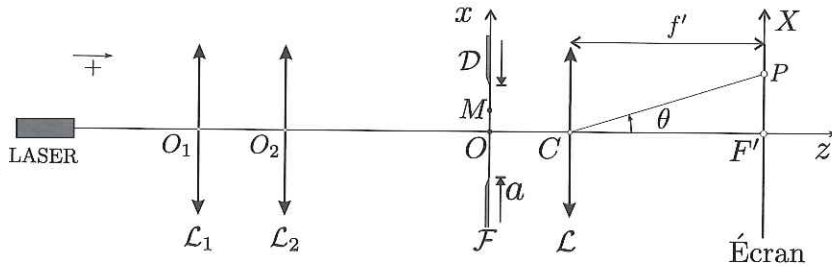
6. Que vaut la vitesse v_k du proton lorsqu'il achève, en régime non relativiste, sa k -ème sortie de la zone inter-électrodes ?

- A) $v_k = k v_1$ B) $v_k = k^2 v_1$ C) $v_k = k^{1/2} v_1$ D) $v_k = 2k v_1$

7. Quel nombre N de passages dans les deux *dees* (nombre de tours complets) le proton effectue-t-il dans l'accélérateur ?

- A) $N = \frac{1}{2} \left(\frac{eBR_d}{m_p v_1} \right)^2$ B) $N = \frac{1}{2} \left(\frac{eBR_d}{m_p v_1} \right)^{1/2}$ C) $N = \frac{2eBR_d}{m_p v_1}$ D) $N = \frac{eBR_d}{2m_p v_1}$

8. Un LASER de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 632 \text{ nm}$, émet un faisceau de lumière supposé cylindrique, d'axe de symétrie de révolution Oz et de diamètre $b = 0,5 \text{ mm}$. Le faisceau est repris par un élargisseur de faisceau constitué de deux lentilles minces convergentes \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_2 , d'axe optique Oz et de centres respectifs O_1 , O_2 , qui donne en sortie un faisceau cylindrique (Fig. ci-après). On note $f'_1 = 5 \text{ mm}$ et $f'_2 = 10 \text{ cm}$ les distances focales images respectives de \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_2 . On rappelle la valeur de la constante d'Einstein (célérité des ondes électromagnétiques dans le vide) $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.



On donne la relation de conjugaison de Descartes, de Newton et le grandissement transversal G_t pour une lentille mince de distance focale image f_i :

$$-\frac{1}{p_o} + \frac{1}{p_i} = \frac{1}{f_i} \quad \sigma_o \sigma_i = -f_i^2 \quad G_t = \frac{p_i}{p_o} = -\frac{\sigma_i}{f_i}$$

où p_o et p_i sont les distances algébriques de l'objet et de l'image au centre de la lentille et σ_o et σ_i sont les distances algébriques respectives de l'objet au foyer principal objet et de l'image au foyer principal image. Déterminer la distance O_1O_2 ainsi que le diamètre d du faisceau émergent de \mathcal{L}_2 .

- A) $O_1O_2 = 15 \text{ mm}$ B) $O_1O_2 = 105 \text{ mm}$ C) $d = 5 \text{ mm}$ D) $d = 1 \text{ cm}$

9. La lumière tombe, sous incidence normale, sur un objet diffractant plan \mathcal{D} qui coupe en O l'axe optique Oz et qui peut être diaphragmé par une fente de largeur a supposée infiniment longue et placée dans le plan de \mathcal{D} (Fig. précédente). On suppose que le diamètre du faisceau émergent de \mathcal{L}_2 est suffisamment large pour éclairer uniformément la fente. On introduit le repère d'espace $Oxyz$ pour repérer un point par ses coordonnées x , y , z . La lumière incidente sur \mathcal{D} est modélisée par une onde plane d'expression complexe $\underline{\Psi}^{(i)}(x, z, t)$ par :

$$\underline{\Psi}^{(i)}(x, z, t) = \Psi_m \exp[-i(\omega t - kz)] \quad \text{lorsque } z < 0$$

t étant le temps, Ψ_m une constante réelle et i , l'unité imaginaire.

Déterminer les valeurs numériques des constantes k et ω .

- A) $k \approx 10^{-7} \text{ rad.m}^{-1}$ C) $\omega \approx 0,03 \text{ rad.s}^{-1}$
 B) $k \approx 10^7 \text{ rad.m}^{-1}$ D) $\omega \approx 3 \times 10^{15} \text{ rad.s}^{-1}$

10. L'objet diffractant \mathcal{D} est un réseau sinusoïdal de transmittance :

$$t(x) = \frac{1 + \cos(2\pi x/e)}{2}$$

où $e > \lambda$. La fente est ouverte si bien que l'on peut considérer que a est infini. L'onde diffractée qui émerge de \mathcal{D} ($z > 0$) a pour expression :

$$\underline{\Psi}(x, z, t) = \Psi_0 \exp[-i(\omega t - kz)] + \Psi_1 \exp[-i(\omega t - k_1x - k_2z)] + \Psi_1 \exp[-i(\omega t + k_1x - k_2z)]$$

où Ψ_0 , Ψ_1 , k_1 et k_2 sont des constantes.

Déterminer les expressions de Ψ_0 , Ψ_1 et k_1 :

- A) $\Psi_0 = \Psi_1 = \frac{\Psi_m}{2}$ B) $\Psi_0 = 2\Psi_1 = \frac{\Psi_m}{2}$ C) $k_1 = \frac{2\pi}{e}$ D) $k_1 = \frac{\pi}{e}$

11. Quelle est l'expression de k_2 ?

A) $k_2 = \frac{2\pi}{\lambda}$

C) $k_2 = 2\pi \left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{e^2} \right)^{1/2}$

B) $k_2 = \frac{2\pi}{e}$

D) $k_2 = 2\pi \left(\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{e^2} \right)^{1/2}$

12. Une lentille convergente \mathcal{L} de centre C , d'axe optique Oz , de foyer principal image F' et de distance focale f' , est disposée parallèlement au plan de la fente. Un écran d'observation est placé dans le plan focal image de \mathcal{L} et on repère la position d'un point P sur l'écran par son abscisse $X = \overline{F'P}$, ou par l'angle orienté dans le sens direct $\theta = \widehat{F'CP}$ (Fig. précédente). On note θ_d la plus petite valeur de θ positive non nulle qui correspond à un point P situé au centre d'une frange brillante. Indiquer les éventuelles réponses exactes :

- A) On observe sur l'écran plusieurs franges bleues
- B) On observe sur l'écran deux franges rouges
- C) $\theta_d = \arcsin(k_1/k_2)$
- D) $\theta_d = \arctan(k_1/k)$

13. On retire définitivement l'objet diffractant (\mathcal{D}) et on ne suppose plus que la largeur a de la fente diffractante (\mathcal{F}) est infinie. Qu'observe-t-on sur l'écran ?

- A) Le plan de Fourier relatif à \mathcal{F}
- B) Le plan de Fourier relatif à la source lumineuse
- C) Des franges rectilignes
- D) Plusieurs points lumineux

14. On suppose que $X \ll f'$. À quelle fréquence spatiale u le point P correspond-t-il ?

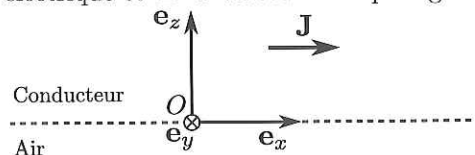
A) $u = \frac{X}{\lambda f'}$

B) $u = \frac{X}{\lambda a}$

C) $u = \frac{a}{\lambda X}$

D) $u = \frac{\lambda}{aX}$

15. On étudie un conducteur métallique, de conductivité γ , dans le référentiel du laboratoire muni d'un repère cartésien $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$. Le conducteur, placé dans l'air, occupe le demi-espace $z > 0$, O étant un point de l'interface conducteur-air. On note c la constante d'Einstein (célérité des ondes électromagnétiques dans le vide), ϵ_0 la permittivité du vide. Un générateur extérieur fait circuler un courant électrique de vecteur courant volumique $\mathbf{J}(M, t)$, M étant un point du conducteur de coordonnées cartésiennes (x, y, z) (Fig. ci-après). On note \mathbf{E} le vecteur champ électrique et \mathbf{B} le vecteur champ magnétique dans le conducteur.



On donne les relations d'analyse vectorielle suivantes, dans lesquelles $\mathbf{A}(M)$ est un champ de vecteurs et $g(M)$, un champ scalaire :

$$\operatorname{div}(g\mathbf{A}) = g \operatorname{div}\mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \operatorname{grad} g \quad \text{et} \quad \operatorname{rot}(\operatorname{rot}\mathbf{A}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div}\mathbf{A}) - \Delta\mathbf{A}$$

Si le conducteur est initialement chargé uniformément en volume, avec la charge volumique $\rho_m(0)$, il se décharge de sorte que la charge volumique $\rho_m(t)$ à l'instant t décroisse exponentiellement au cours du temps t avec une constante (spatiale et temporelle) de durée caractéristique τ :

$$\rho_m(t) = \rho_m(0) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

Déterminer τ :

A) $\tau = \frac{2\epsilon_0}{\gamma}$

B) $\tau = \frac{\epsilon_0}{2\gamma}$

C) $\tau = \frac{\gamma}{\epsilon_0}$

D) $\tau = \frac{\epsilon_0}{\gamma}$

16. On peut affirmer que :

- A) En régime quasi-stationnaire, le courant de conduction est négligeable devant le courant de déplacement
- B) En régime quasi-stationnaire, le courant de déplacement est négligeable devant le courant de conduction
- C) En régime quasi-stationnaire, on a $\operatorname{rot}\mathbf{E} = \mathbf{0}$
- D) En régime quasi-stationnaire, on a $\operatorname{rot}\mathbf{B} = \mathbf{0}$

Tournez la page S.V.P.

17. L'équation d'onde satisfaite par \mathbf{J} en régime quasi-stationnaire est la suivante :

$$\Delta \mathbf{J} = C_1 \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}$$

où C_1 est une constante spatiale et temporelle. Déterminer C_1 :

- A) $C_1 = \frac{\gamma}{c^2 \varepsilon_0}$ B) $C_1 = \frac{c^2 \gamma}{\varepsilon_0}$ C) $C_1 = \frac{c^2 \varepsilon_0}{\gamma}$ D) $C_1 = \gamma c^2 \varepsilon_0$

18. On se place en régime harmonique de pulsation ω . Le vecteur courant volumique est de la forme $\mathbf{J}(z, t) = J_x(z, t) \mathbf{e}_x$. Pour déterminer $J_x(z, t)$, on introduit les fonctions complexes $\underline{J}_x(z, t)$ et $\underline{J}(z)$ suivantes :

$$\underline{J}_x(z, t) = \underline{J}(z) \exp(-i\omega t) \quad \text{telles que} \quad J_x(z, t) = \text{Re} \{ \underline{J}_x(z, t) \}$$

i étant l'unité imaginaire ($i^2 = -1$). L'équation différentielle satisfaite par $\underline{J}(z)$ est la suivante :

$$\frac{d^2 \underline{J}}{dz^2} + C_2 \underline{J} = 0$$

où C_2 est une constante spatiale et temporelle, éventuellement complexe. Déterminer C_2 :

- A) $C_2 = \frac{\omega}{C_1}$ B) $C_2 = \frac{i\omega}{C_1}$ C) $C_2 = i\omega C_1$ D) $C_2 = \frac{C_1}{\omega}$

19. La solution physiquement acceptable de cette équation différentielle est la suivante :

$$\underline{J}(z) = J_m \exp\left(-\frac{z}{\delta} + i\frac{z}{\delta}\right)$$

où J_m est une constante spatiale et temporelle et δ , une fonction de ω , τ et c . Déterminer δ :

- A) $\delta = c \left(\frac{\tau}{\omega}\right)^{1/2}$ B) $\delta = c \left(\frac{2\tau}{\omega}\right)^{1/2}$ C) $\delta = \left(\frac{c\tau}{\omega}\right)^{1/2}$ D) $\delta = 2c \left(\frac{\tau}{\omega}\right)^{1/2}$

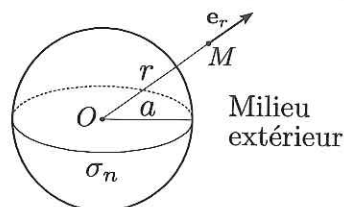
20. Exprimer le vecteur courant volumique :

- A) $\mathbf{J}(z, t) = J_m \exp\left(-\frac{z}{\delta}\right) \cos\left(\omega t - \frac{z}{\delta}\right) \mathbf{e}_x$ C) $\mathbf{J}(z, t) = J_m \exp\left(\frac{z}{\delta}\right) \cos\left(\omega t - \frac{z}{\delta}\right) \mathbf{e}_x$
 B) $\mathbf{J}(z, t) = J_m \exp\left(-\frac{z}{\delta}\right) \cos(\omega t) \mathbf{e}_x$ D) $\mathbf{J}(z, t) = J_m \exp\left(-\frac{z}{\delta}\right) \sin\left(\omega t - \frac{z}{\delta}\right) \mathbf{e}_x$

21. En déduire la puissance volumique moyenne \mathcal{P}_m dissipée dans le conducteur :

- A) $\mathcal{P}_m = \frac{J_m^2}{\gamma} \exp\left(-\frac{z}{\delta}\right)$ B) $\mathcal{P}_m = \frac{J_m^2}{\gamma} \exp\left(-\frac{2z}{\delta}\right)$ C) $\mathcal{P}_m = \frac{J_m^2}{\gamma} \exp\left(-\frac{z}{2\delta}\right)$ D) $\mathcal{P}_m = \frac{J_m^2}{2\gamma} \exp\left(-\frac{2z}{\delta}\right)$

Dans un cœur de réacteur nucléaire sphérique de centre O et de rayon a , les réactions thermonucléaires produisent un taux σ_n uniforme et stationnaire de neutrons par unité de volume et par unité de temps. Ces neutrons diffusent dans le cœur mais aussi dans le milieu extérieur avec le même coefficient de diffusion D . On note M un point de l'espace, $r = \|\mathbf{OM}\|$ la variable radiale du système de coordonnées sphériques, \mathbf{e}_r le vecteur de base radial, $n_v(r)$ la densité particulière et $\mathbf{J}_n = J_{n,r}(r) \mathbf{e}_r$ le courant volumique de particules.



On donne l'expression de l'opérateur divergence en coordonnées sphériques appliqué à un champ de vecteur radial à symétrie sphérique $\mathbf{A}(M) = A_r(r) \mathbf{e}_r$, ainsi que celle de l'opérateur gradient d'un champ scalaire à symétrie sphérique $g(r)$:

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 A_r) \quad \text{et} \quad \text{grad } g = \frac{dg}{dr} \mathbf{e}_r$$

22. Citer l'ordre de grandeur du coefficient de diffusion D_g dans un gaz dans les conditions usuelles :

- A) $D_g \approx 10^{-15} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ B) $D_g \approx 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ C) $D_g \approx 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ D) $D_g \approx 1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

23. Quelles sont les équations exactes ?

- A) $\frac{\partial n_v}{\partial t} = \text{div } \mathbf{J}_n + \sigma_n$ B) $\frac{\partial n_v}{\partial t} = \text{div } \mathbf{J}_n - \sigma_n$ C) $\mathbf{J}_n = D \text{ grad } n_v$ D) $\mathbf{J}_n = \frac{1}{D} \text{ grad } n_v$

24. On se place désormais en régime stationnaire. Déterminer $J_{n,r}(r)$ lorsque $r < a$:

- A) $J_{n,r}(r) = \frac{\sigma_n r}{3} + \frac{K_1}{r^2}$ où K_1 est une constante non nulle.
 B) $J_{n,r}(r) = -\frac{\sigma_n r}{3} + \frac{K_1}{r^2}$ où K_1 est une constante non nulle.
 C) $J_{n,r}(r) = \frac{\sigma_n r}{3}$
 D) $J_{n,r}(r) = \sigma_n r$

25. Déterminer $J_{n,r}(r)$ lorsque $r > a$:

- A) $J_{n,r}(r) = \frac{\sigma_n a^3}{3r^2} + K_2$ où K_2 est une constante non nulle.
 B) $J_{n,r}(r) = \frac{\sigma_n a^3}{r^2} + K_2$ où K_2 est une constante non nulle.
 C) $J_{n,r}(r) = \frac{\sigma_n a^3}{2r^2}$
 D) $J_{n,r}(r) = \frac{\sigma_n a^3}{3r^2}$

26. Déterminer $n_v(r)$ lorsque $r < a$ en introduisant, si nécessaire, une nouvelle constante spatiale et temporelle non nulle B :

- A) $n_v(r) = \frac{\sigma_n r^2}{3D} + \frac{K_1}{Dr} + B$ C) $n_v(r) = -\frac{\sigma_n r^2}{3D}$
 B) $n_v(r) = -\frac{\sigma_n r^2}{6D} + B$ D) $n_v(r) = -\frac{\sigma_n r^2}{6D}$

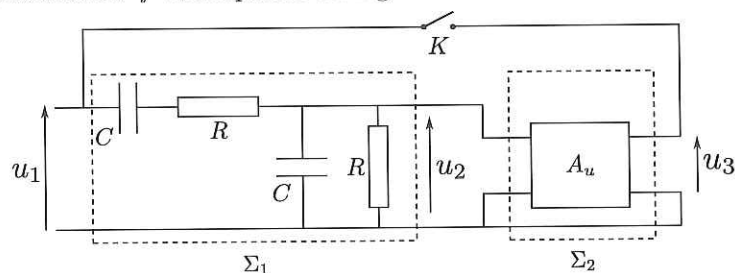
27. Déterminer $n_v(r)$ lorsque $r > a$, en supposant qu'il n'y a pas de particules à l'infini :

- A) $n_v(r) = \frac{\sigma_n a^3}{3Dr}$ C) $n_v(r) = \frac{\sigma_n a^3}{3Dr} + B$
 B) $n_v(r) = -\frac{\sigma_n a^3}{3Dr} - \frac{K_2}{D}r$ D) $n_v(r) = \frac{\sigma_n a^3}{3Dr} - \frac{K_2}{D}r + B$

28. En déduire le nombre N_n de neutrons contenus dans le cœur :

- A) N_n est infini. B) $N_n = \frac{8\pi\sigma_n a^5}{3D}$ C) $N_n = \frac{8\pi\sigma_n a^5}{5D}$ D) $N_n = \frac{8\pi\sigma_n a^5}{15D}$

Un filtre Σ_1 , de tension d'entrée u_1 et de tension de sortie u_2 , comporte deux résistors identiques de résistance $R = 2 \text{ k}\Omega$ et deux condensateurs identiques de capacité $C = 25 \text{ nF}$. La tension u_2 est appliquée à l'entrée d'un amplificateur Σ_2 qui délivre en sortie la tension u_3 (Fig. ci-après). L'amplificateur est linéaire dans la gamme de tension $[-6 \text{ V}; 6 \text{ V}]$ et son facteur d'amplification $A_u = u_3/u_2$ est réglable par l'utilisateur. L'interrupteur K est initialement ouvert. On se place en régime sinusoïdal forcé établi (permanent) et on note $\omega = 2\pi f$ la pulsation et f la fréquence des signaux dans le circuit.



Tournez la page S.V.P.

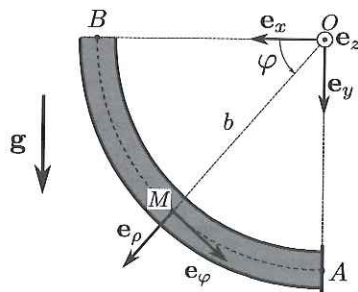
29. On peut affirmer que :
- A) Σ_1 est passant en basse fréquence.
 - B) Σ_1 coupe les hautes fréquences.
 - C) Σ_1 est un filtre actif.
 - D) Σ_1 est un filtre linéaire.
30. On rappelle la forme canonique d'un filtre passe bas et d'un filtre passe bande respectivement :

$$\underline{\mathcal{H}}^{(bas)}(x) = \frac{H_0}{1 + jx/Q - x^2} \quad \text{et} \quad \underline{\mathcal{H}}^{(bande)}(x) = \frac{jxH_0/Q}{1 + jx/Q - x^2}$$

où H_0 et ω_0 sont deux constantes indépendantes de la fréquence, Q est le facteur de qualité et $x = \omega/\omega_0$.
Que vaut le facteur de qualité Q de Σ_1 ?

- A) $Q = 1/2$ B) $Q = 1/3$ C) $Q = 1$ D) $Q = 3$
31. Que vaut le gain maximum G_m en tension de Σ_1 (dans la notation internationale, le logarithme à base 10 se note \lg) ?
- A) $G_m = -20 \lg 3$ B) $G_m = 20 \lg 3$ C) $G_m = -10 \lg 3$ D) $G_m = 10 \lg 3$
32. Pour quelle fréquence f_m le gain maximum est-il atteint ?
- A) $f_m = \frac{1}{4\pi RC}$ B) $f_m = RC$ C) $f_m = \frac{1}{2RC}$ D) $f_m = \frac{1}{2\pi RC}$
33. L'interrupteur est désormais fermé. Quelle est la valeur minimale A_m de A_u qui permet d'observer des oscillations dans le circuit ?
- A) $A_u = 1/3$ B) $A_u = 1$ C) $A_u = 3$ D) $A_u = 6$
34. Que vaut alors la fréquence f_o des oscillations ?
- A) $f_o \approx 500 \text{ Hz}$ B) $f_o \approx 3 \text{ kHz}$ C) $f_o \approx 30 \text{ kHz}$ D) $f_o \approx 100 \text{ kHz}$

35. Un tube de section circulaire de diamètre $d = 1 \text{ cm}$ est arrondi en forme de quart de cercle de centre O , de rayon moyen $b = 40 \text{ cm}$ et d'extrémités AB , A étant situé à la verticale de O en dessous (Fig. ci-après). Le tube est immobile dans le référentiel du laboratoire que l'on munit d'un repère de coordonnées cartésiennes $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ ainsi que du système de coordonnées cylindriques (ρ, φ, z) de base $\mathcal{B}_c = (\mathbf{e}_\rho, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z)$. La pression extérieure vaut $p_0 = 1 \text{ bar}$ et le champ de pesanteur $\mathbf{g} = g \mathbf{e}_y$ avec $g \approx 10 \text{ m.s}^{-1}$. Initialement le tube est rempli d'eau assimilée à un fluide parfait au repos, de masse volumique $\mu = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$, l'extrémité A étant bouchée. On note M un point du fluide repéré par l'angle de longitude φ et $p(\varphi)$ la pression en M .



Déterminer $p(\varphi)$ tant que le fluide est au repos :

- A) $p(\varphi) = p_0 - \mu g b \cos \varphi$ C) $p(\varphi) = p_0 - \mu g b \sin \varphi$
- B) $p(\varphi) = p_0 + \mu g b \cos \varphi$ D) $p(\varphi) = p_0 + \mu g b \sin \varphi$

39. En déduire l'équation différentielle satisfaite par φ_P :

A) $b(\pi - \varphi_P) \ddot{\varphi}_P = g(1 - \cos \varphi_P)$

B) $b\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_P\right) \ddot{\varphi}_P = g(1 - \cos \varphi_P)$

C) $b\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_P\right) \ddot{\varphi}_P = g(1 - \sin \varphi_P)$

D) $b\varphi_P \ddot{\varphi}_P = g(1 + \sin \varphi_P)$

40. À l'aide d'une analyse dimensionnelle, évaluer l'ordre de grandeur τ_v de la durée de vidange du tube :

A) $\tau_v \approx 1 \text{ ms}$

B) $\tau_v \approx 10 \text{ ms}$

C) $\tau_v \approx 0,2 \text{ s}$

D) $\tau_v \approx 4 \text{ s}$

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



**ÉPREUVE OBLIGATOIRE À OPTION DE
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR**

Durée : 4 heures

Coefficient : 3

Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde recto
- 1 page d'instructions recto-verso pour remplir le QCM (*à lire très attentivement*)
- 1 page d'avertissements recto
- 30 pages de texte questions recto-verso

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

**ÉPREUVE OBLIGATOIRE A OPTION DE
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR**

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

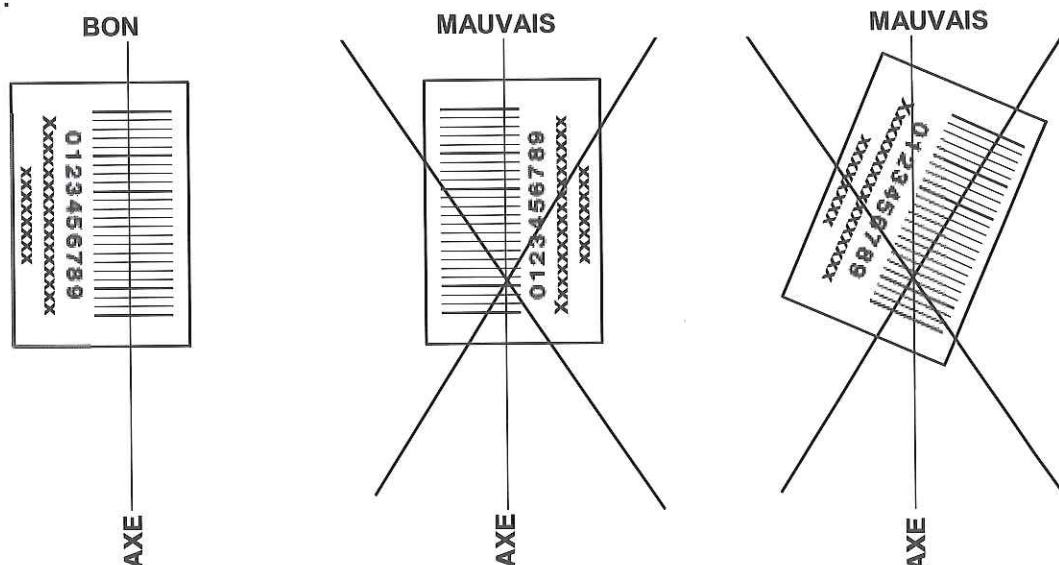
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez, c'est-à-dire « Epreuve obligatoire à option de sciences industrielles pour l'ingénieur ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification à **gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE**.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillons qui vous sont fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 50 questions obligatoires, **certaines de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.**

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes

Tournez la page S.V.P.

- 6) À chaque question numérotée entre 1 et 50, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 51 à 100 seront neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 50, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question :
la ligne correspondante doit rester vierge.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fautive peut entraîner pour la question correspondante une pénalité dans la note.

7) Exemples de réponses

Question 1. Dans une chaîne d'énergie, quel est le rôle d'un moteur électrique ?

A)	B)	C)	D)
Convertir l'énergie	Moduler l'énergie	Adapter l'énergie	Alimenter

Question 2. Soit f la fonction logique, de représentation algébrique : $f = a \cdot b \cdot \bar{c}$. Déterminer le complément de f .

A)	B)	C)	D)
$\bar{f} = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c$	$\bar{f} = a + b + \bar{c}$	$\bar{f} = \bar{a} \cdot \bar{b} + c$	$\bar{f} = a + \bar{b} + c$

Vous cochez sur la feuille réponse :

1	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E
2	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input checked="" type="checkbox"/> E

AVERTISSEMENTS

Les questions suivantes sont liées :

Partie A :

Questions 2, 3

Questions 4, 7, 9

Questions 12, 13

Partie B :

Questions 15 à 17

Questions 22, 23

Questions 28 à 30

Questions 35 à 38

Partie C :

Questions 44, 49, 50

Questions 47, 48, 50

ROBOT ASSISTANT « EFFIBOT »



Le sujet porte sur l'étude du robot assistant : « Effibot ». Ce robot est un robot d'aide à la personne permettant de transporter des charges lourdes. Il est actuellement développé par la société française Effidence. Cette société développe ce robot afin de répondre au plus près au besoin des utilisateurs en proposant différentes évolutions des modèles disponibles.

Le principe du fonctionnement d'« Effibot » est relativement simple. L'utilisateur se place devant le robot qui le repère, à l'aide de différents capteurs et d'un traitement des informations. Le robot Effibot suit alors à une distance constante l'utilisateur.

Des sociétés, telles que la SNCF, travaillent en partenariat avec Effidence pour développer « Effibot » afin de permettre aux usagers de transporter leurs bagages.



Ce système se développe également en partenariat avec des sociétés de BTP, de logistique ou même La Poste. Son développement se fait également à l'international avec notamment Deutsch Post (La poste allemande) pour permettre au facteur de livrer dans les villes les différents colis en réduisant la pénibilité du transport.

D'autres domaines d'activités sont intéressés par ce robot, comme le secteur agricole et militaire où les charges à transporter peuvent également être importantes.

PRÉSENTATION ET PLAN DE L'ÉTUDE

Le robot Effibot est contrôlé par un système de commande et de navigation appelé Effinav. Ce système de commande est le cœur du savoir-faire de l'entreprise Effidence. La complexité de ce système Effinav réside dans sa capacité à gérer plusieurs sources d'informations de différents capteurs, d'en faire une synthèse et enfin d'établir la commande des différents moteurs permettant de mouvoir le système. Afin de respecter au mieux l'exigence de suivi d'une personne différents points vont donc être étudié dans ce sujet :

Dans la partie A, nous étudierons une modélisation de l'asservissement de suivi d'une personne dans un cas simplifié et vérifierons les performances atteintes par le système. L'étude se fera pour un suivi de personne en ligne droite supposée parfaitement horizontale.

Dans la partie B, nous nous intéresserons au système de direction à quatre roues directrices de « l'Effibot ». L'étude géométrique et cinématique de ce système sera faite. Nous attacherons ensuite à estimer deux grandeurs influentes dans le choix de la motorisation du système de direction et dépendantes directement des caractéristiques de « l'Effibot » lui-même ; à savoir l'inertie équivalente du système et le couple résistant dû aux frottements des pneus au sol.

Dans la dernière partie, nous chercherons à évaluer quelle peut être la hauteur maximale (en fonction de son poids) d'un colis que l'on transporterait avec l'Effibot sans risquer un basculement de l'ensemble {robot et charge} lors d'une phase de virage.

PARTIE A ASSERVISSEMENT DE SUIVI DE PERSONNE

Le schéma-blocs fonctionnel du système d'asservissement de suivi d'une personne est présenté sur la figure suivante. On suppose que la charge est équirépartie sur chacune des roues et que le déplacement se fait en ligne droite parfaitement horizontale.

Le déplacement de « l'Effibot » est assuré par 4 roues-moteurs. Chacune des roues peut donc avoir un comportement qui lui est propre. Puisque l'étude s'effectue en ligne droite parfaitement horizontale et que la charge est équirépartie, on suppose alors un comportement équivalent pour chacune d'entre elle. L'inertie équivalente ramenée sur chacune des roues-moteurs est donc égale. Ce qui nous amène à étudier l'asservissement sous cette forme :

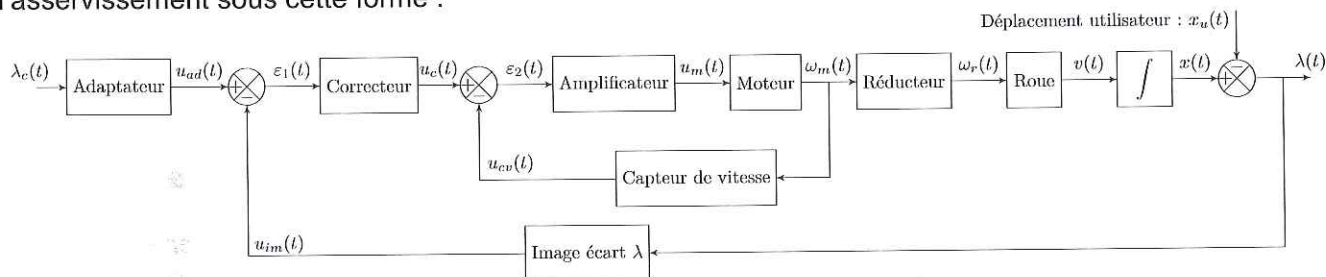


Figure 1 : Schéma-blocs fonctionnel de l'asservissement de l'Effibot

- λ_c est la consigne d'écart (en m) que l'on veut maintenir entre l'utilisateur et « l'Effibot »
- λ est la valeur d'écart (en m) entre l'utilisateur et « l'Effibot »
- L'adaptateur est un gain pur : K_{ad} (en $V \cdot m^{-1}$) permettant d'adapter la consigne d'écart en tension de commande
- Le capteur « Image écart λ » renvoie une tension image de l'écart réel entre l'utilisateur et le système, celui est modélisé par un gain pur K_{im} (en $V \cdot m^{-1}$). Cette information est en réalité issue des différents capteurs du robot et traité par le module « Effinav ».
- L'amplificateur est modélisé par un gain pur : K_{am}
- Le capteur de vitesse est modélisé par un gain pur : K_{cv} (en $V \cdot s \cdot rad^{-1}$)
- Le réducteur est modélisé par un gain pur : K_r
- La roue de « l'Effibot » a un rayon R_r (en m)
- Le correcteur, l'amplificateur et le moteur sont modélisés dans la suite du sujet
- Le déplacement utilisateur $x_u(t)$ est modélisé par une rampe de pente $a = 1,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Il sera vu comme une perturbation du système.

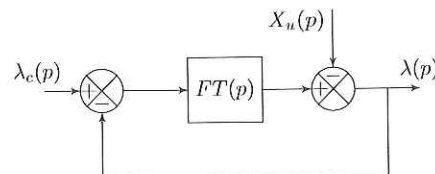
I MODELISATION DES BLOCS

Objectifs

Déterminer les fonctions de transfert de l'adaptateur et de l'amplificateur

1. Modèle de l'adaptateur

On souhaite pouvoir modéliser l'asservissement du système par le schéma-blocs ci-contre:



Avec $\lambda_c(p)$, $\lambda(p)$ et $X_u(p)$ les transformées de Laplace de $\lambda_c(t)$, $\lambda(t)$ et $x_u(t)$.

Question 1. Quelle condition doit alors être vérifiée par K_{ad} ?

A)	B)	C)	D)
$K_{ad} = \frac{1}{2} K_{im}$	$K_{ad} = \frac{1}{K_{im}}$	$K_{ad}^2 = K_{im}$	$K_{ad} = 1$

2. Modèle du moteur

Le moteur permettant la mise en rotation d'une roue est un moteur brushless DC 48 V. On peut alors le modéliser par un moteur à courant continu.

La fonction de transfert du moteur peut alors se mettre sous la forme d'une fonction de transfert du second ordre de gain K_{mot} , de facteur d'amortissement ξ_{mot} et de pulsation propre ω_{mot} .

3. Modèle de l'amplificateur de la boucle de vitesse

La fonction de transfert de la boucle de vitesse est définie par $H_{bv}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_c(p)}$. Avec $\Omega_m(p)$ la transformée de Laplace de $\omega_m(t)$ et $U_c(p)$ celle de $u_c(t)$.

Question 2. Déterminer la fonction de transfert de la boucle de vitesse $H_{bv}(p)$.

A)
$1 + \frac{\frac{K_{am}K_{mot}K_{cv}}{1+K_{am}K_{mot}K_{cv}}}{\omega_{mot}(1+K_{am}K_{mot}K_{cv})} p + \frac{p^2}{\omega_{mot}^2(1+K_{am}K_{mot}K_{cv})}$

B)
$1 + \frac{K_{am}K_{mot}K_{cv}}{\omega_{mot}} p + \frac{p^2}{\omega_{mot}^2}$

C)
$1 + \frac{\frac{K_{am}K_{mot}}{1+K_{am}K_{mot}K_{cv}}}{\omega_{mot}(1+K_{am}K_{mot}K_{cv})} p + \frac{p^2}{\omega_{mot}^2(1+K_{am}K_{mot}K_{cv})}$

D)
$1 + \frac{\frac{K_{am}K_{mot}}{K_{cv}}}{\omega_{mot}} p + \frac{p^2}{\omega_{mot}^2}$

Question 3. Déterminer la valeur de K_{am} permettant d'obtenir un temps de réponse minimal de la boucle de vitesse.

A)
$K_{am} = (\xi_{mot}^2 + 1) \times \frac{1}{K_{cv}K_{mot}}$

B)
$K_{am} = \left(\frac{\xi_{mot}^2}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} - 1 \right) \times \frac{1}{K_{cv}K_{mot}}$

C)
$K_{am} = \left(\frac{\xi_{mot}^2}{0.69^2} + 1 \right) \times \frac{1}{K_{cv}K_{mot}}$

D)
$K_{am} = \left(\frac{\xi_{mot}^2}{0.69^2} - 1 \right) \times \frac{1}{K_{cv}K_{mot}}$

On pose alors la fonction de transfert de la boucle de vitesse : $H_{bv}(p) = \frac{K_{bv}}{1 + \frac{2\xi_{bv}}{\omega_{bv}} p + \frac{p^2}{\omega_{bv}^2}}$

II ETUDE DES PERFORMANCES DE L'ASSERVISSEMENT

Objectifs

Mettre en place une stratégie de recherche de correcteur afin de valider le cahier des charges du système.

Le cahier des charges concernant les performances de l'asservissement est donné ci-dessous :

Exigence	Critères	Niveaux
Suivre un utilisateur à une distance imposée	Stabilité	$MG \geq 10\text{dB}$ en boucle ouverte
		$M\varphi = 45^\circ$ en boucle ouverte
	Précision	Erreur statique nulle lors d'un déplacement de l'utilisateur $\lambda(t \rightarrow +\infty) = \lambda_c$
	Rapidité	$\omega_{0db} \geq 35 \text{ rad.s}^{-1}$ de la boucle ouverte

Pour rappel, dans notre étude, le déplacement de l'utilisateur $x_u(t)$ est modélisé par une rampe de pente a . La consigne d'écart $\lambda_c(t)$ entre l'utilisateur et « l'Effibot » est un échelon d'amplitude $\lambda_0 = 1\text{m}$.

D'après les différentes hypothèses et modélisations réalisées précédemment, le schéma-blocs de l'asservissement en écart de « l'Effibot » est alors le suivant :

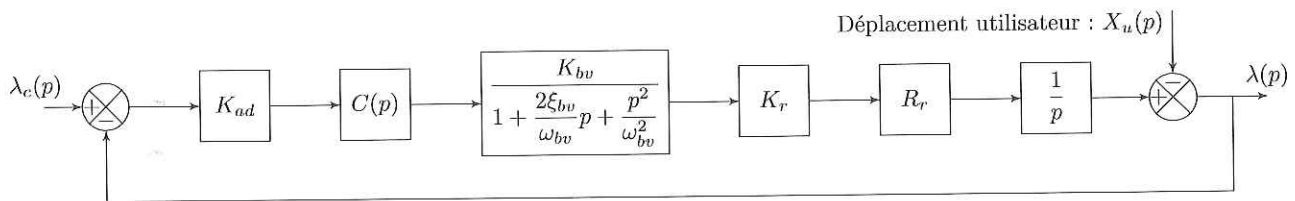


Figure 2 : Schéma-blocs de l'asservissement de l'Effibot

Avec $C(p)$ la fonction de transfert du correcteur

Question 4. Donner la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p)$

A)	B)	C)	D)
$\frac{C(p)K_{bv}K_rR_r}{\left(1 + \frac{2\xi_{bv}}{\omega_{bv}}p + \frac{p^2}{\omega_{bv}^2}\right)p}$	$\frac{C(p)K_{ad}K_{bv}K_rR_r}{\left(1 + \frac{2\xi_{bv}}{\omega_{bv}}p + \frac{p^2}{\omega_{bv}^2}\right)p}$	$\frac{1}{1 + p + \frac{2\xi_{bv}}{\omega_{bv}}p^2 + \frac{p^3}{\omega_{bv}^2}}$	$\frac{K_{bv}\left(1 + \frac{2\xi_{bv}}{\omega_{bv}}p + \frac{p^2}{\omega_{bv}^2}\right)p}{\left(1 + \frac{2\xi_{bv}}{\omega_{bv}}p + \frac{p^2}{\omega_{bv}^2}\right)p + K_{bv}}$

On cherche à synthétiser une correction permettant de vérifier l'ensemble du cahier des charges. On se propose d'utiliser une approche incrémentale.

1. Un premier correcteur

On cherche tout d'abord à régler la marge de phase. Le diagramme de Bode de la $FTBO(p)$ est donné pour $C(p) = 1$

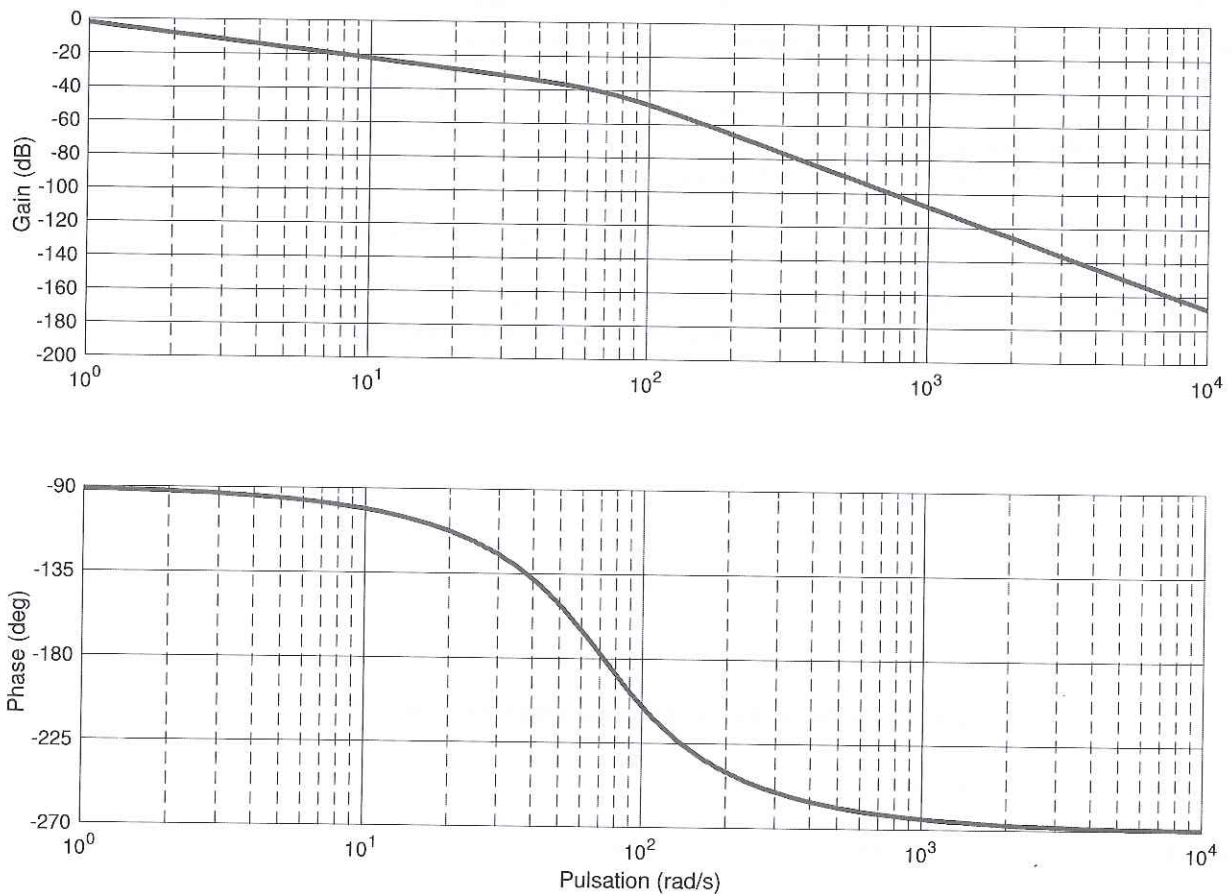


Figure 3 : Diagramme de Bode du système en boucle ouverte lorsque $C(p)=1$

Question 5. Pour $C(p) = 1$ que peut-on dire sur le système :

A)	B)	C)	D)
Précis sans déplacement de l'utilisateur.	Non précis avec un déplacement de l'utilisateur mais l'erreur est finie	Précis malgré le déplacement de l'utilisateur	Non précis avec un déplacement de l'utilisateur et l'erreur est infinie

Question 6. Justifier l'intérêt de dimensionner le correcteur dans le but de respecter le critère de marge de phase par rapport au critère de bande passante.

A)	B)	C)	D)
On pourra chercher à valider ce critère plus tard avec un autre type de correcteur.	On cherche à privilégier uniquement la stabilité.	On ne peut pas vérifier les deux critères à la fois.	D'après la figure 3, si l'on vérifie le critère de marge de phase alors automatiquement le critère de bande passante l'est aussi.

Question 7. Dans le but de régler la marge de phase, déterminer la pulsation ω_{-135° pour laquelle la phase φ vaut -135° .

A)

$$\omega_{-135^\circ} = \left(\sqrt{\xi_{bv}^2 + 1} - \xi_{bv} \right) \omega_{bv}$$

B)

$$\omega_{-135^\circ} = \left(\sqrt{\xi_{bv}^2 + 1} + \xi_{bv} \right) \omega_{bv}$$

C)

$$\omega_{-135^\circ} = \left(\sqrt{\xi_{bv}^2 - 1} + \xi_{bv} \right) \omega_{bv}$$

D)

$$\omega_{-135^\circ} = \omega_{bv}$$

Question 8. Dans le but de régler la marge de phase, que peut-on dire de ω_{-135° ?

A)	B)	C)	D)
$\omega_{-135^\circ} = \omega_{bv} = \omega_{0db}$	$\omega_{-135^\circ} = \omega_{0db}$	$\omega_{-135^\circ} = 1/\omega_{0db}$	$\omega_{-135^\circ} = \omega_{0db} \sqrt{1 - \xi^2}$

On pose alors $C(p) = K_p$ avec K_p un gain pur.

Question 9. Déterminer l'expression de K_p permettant de vérifier le critère de la marge de phase.

A)

$$K_p \approx 10^{\frac{34}{20}}$$

B)

$$K_p = \frac{\omega_{0db} \sqrt{1 + (4\xi_{bv}^2 - 1) \frac{\omega_{0db}^2}{\omega_{bv}^2}}}{K_{ad} K_{bv} K_r R_r}$$

C)

$$K_p = \frac{\omega_{0db} \left(1 + \frac{2 \cdot \xi_{bv} \cdot \omega_{0db}}{\omega_{bv}} - \frac{\omega_{0db}^2}{\omega_{bv}^2} \right)}{K_{ad} K_{bv} K_r R_r}$$

D)

$$K_p = \frac{\omega_{0db} \sqrt{\left(1 - \frac{\omega_{0db}^2}{\omega_{bv}^2} \right)^2 + 4\xi_{bv}^2 \frac{\omega_{0db}^2}{\omega_{bv}^2}}}{K_{ad} K_{bv} K_r R_r}$$

On suppose avoir trouvé une valeur de K_p permettant d'avoir une marge de phase de 45° .

2. Un deuxième correcteur

Afin d'améliorer la précision du système on se propose d'utiliser ce type de correcteur :

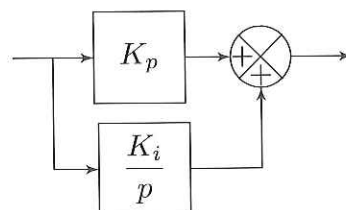


Figure 4 : Schéma-blocs du correcteur proposé

On précise que K_p est le même que celui établi précédemment. On peut mettre la fonction de transfert de correcteur sous la forme : $K_{cor} H_{cor}(p)$

Question 10. Préciser le paramètre K_{cor} et la fonction de transfert $H_{cor}(p)$ en fonction de K_p , K_i et p

A)	B)	C)	D)
$K_{cor} = K_i$	$K_{cor} = K_p$	$K_{cor} = K_p$	$K_{cor} = K_i$
$H_{cor}(p) = \frac{1 + \frac{K_p}{K_i}p}{\frac{K_p}{K_i}p}$	$H_{cor}(p) = \frac{1 + \frac{K_i}{K_p}p}{\frac{K_i}{K_p}p}$	$H_{cor}(p) = \frac{1 + \frac{K_p}{K_i}p}{\frac{K_p}{K_i}p}$	$H_{cor}(p) = \frac{1 + \frac{K_i}{K_p}p}{\frac{K_i}{K_p}p}$

Le rapport $\frac{K_p}{K_i}$ sera noté comme étant égal à T_i : $\frac{K_p}{K_i} = T_i$.

Question 11. Comment doit-on choisir le coefficient T_i pour que la partie intégrale de ce correcteur n'influence pas les réglages établis au paragraphe précédent ?

A)	B)	C)	D)
$T_i = 100 \text{ s}$	$T_i = 0,001 \text{ s}$	$T_i = 0,025 \text{ s}$	$T_i = 0 \text{ s}$

Après un choix judicieux du coefficient T_i , le diagramme de Bode dans une zone précise est donné à la figure suivante.

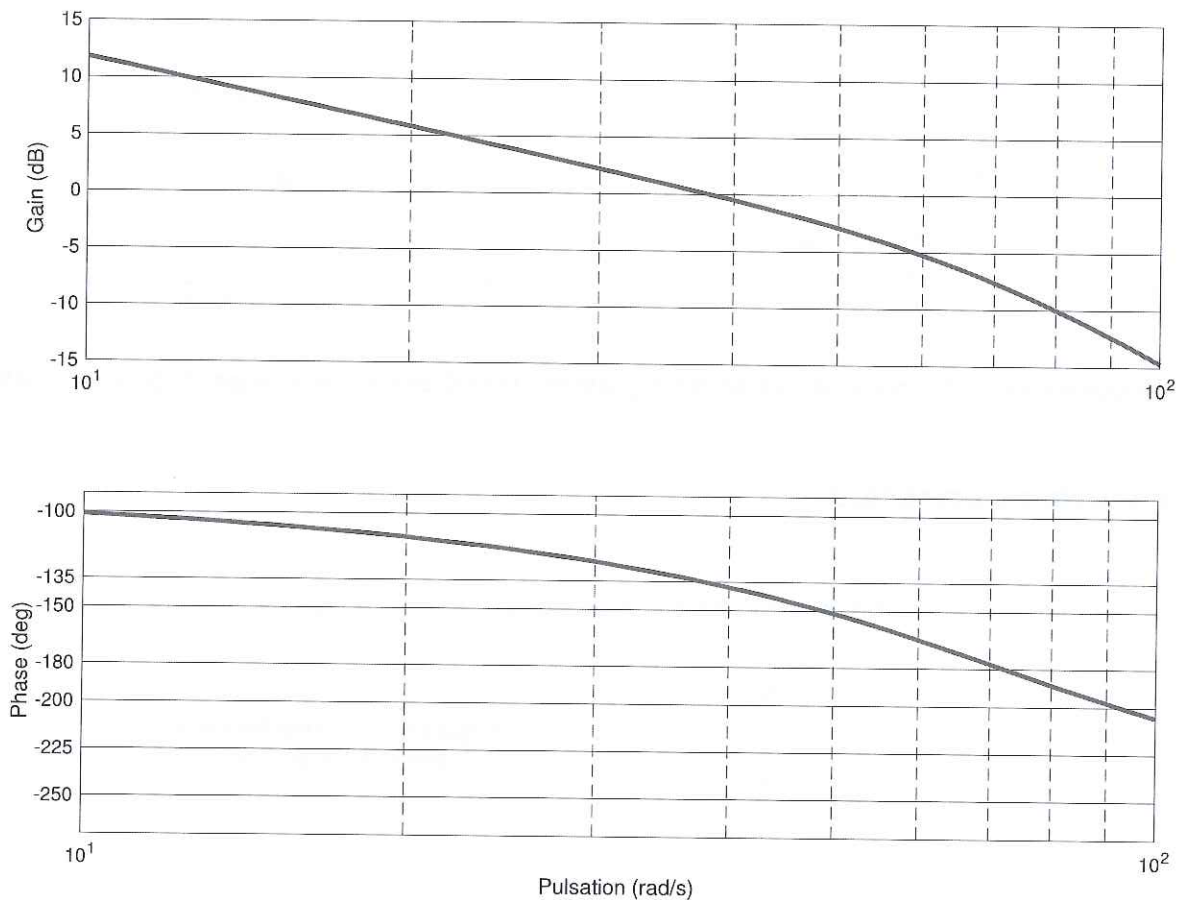


Figure 5 : Diagramme de Bode après correction

Question 12. Quelle(s) est(sont) la (les) affirmation(s) vraie(s) ?

A)	B)	C)	D)
Le critère de marge de gain est vérifié.	Le critère de marge de gain n'est pas vérifié mais elle est néanmoins positive donc le système est stable en boucle fermée.	Le critère de marge de gain n'est pas vérifié et elle est négative donc le système est instable en boucle fermée.	Le critère de marge de gain est vérifié mais on ne peut rien dire sur la stabilité du système.

3. Un dernier correcteur

A partir du constat effectué en question 12, il est nécessaire d'utiliser un dernier correcteur que l'on placera en série avec le correcteur proportionnel intégral que l'on a précédemment mis en place.

Question 13. Quel correcteur est envisageable ?

A)	B)	C)	D)
Correcteur intégrateur pur	Correcteur proportionnelle intégrale	Correcteur à retard pur	Correcteur à avance de phase

4. Analyse temporelle

Une simulation de l'asservissement établi met en avant une tension d'alimentation du moteur brushless de 1000 V. Ceci n'est pas physiquement viable car la tension d'alimentation maximale du moteur est limitée à 48 V.

Question 14. Comment se nomme le phénomène dont il faudrait alors tenir compte dans la modélisation de la simulation établie ?

A)	B)	C)	D)
Phénomène d'irréversibilité	Phénomène d'hystérésis	Phénomène de seuil	Phénomène de saturation

PARTIE B SYSTEME DE DIRECTION

I EPURE DE DIRECTION

_____ Objectif _____
 Déterminer d'un point de vue cinématique le comportement en phase de virage, d'un véhicule à quatre roues directrices

Le système de direction de « l'Effibot » s'appuie sur un système à 4 roues directrices. Ce système a pour effet d'augmenter la manœuvrabilité du robot lorsque celui-ci doit évoluer dans des espaces étroits.

Le principe de base est relativement simple : lorsque les roues avant braquent dans un sens, les roues arrière braquent dans l'autre sens.

1. Détermination du rayon de courbure

On s'intéresse ici à l'étude d'un système à 4 roues directrices avec un coefficient de proportionnalité q entre les angles de braquages du train avant et du train arrière. De ce fait, si l'angle de braquage avant est de Φ celui de l'arrière est alors de $q\Phi$ avec $q \in [0,1]$.

La figure 6 représente une épure de direction d'un système à quatre roues directrices.

HYPOTHESES :

- $L = RF$ est la longueur d'empattement du véhicule (distance séparant les centres des trains avant et arrière)
- v_a correspond à la voie du véhicule (largeur entre les roues)

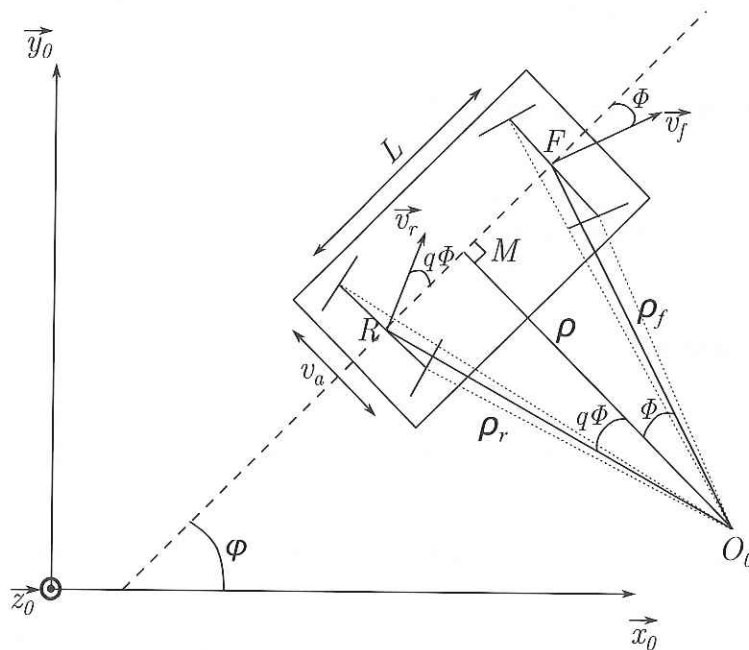


Figure 6 : Epure de direction d'un véhicule à quatre roues directrices

- On note $F = (x_f, y_f)$ et $R = (x_r, y_r)$ les coordonnées du centre de l'essieu avant et arrière.
- \vec{v}_f et \vec{v}_r correspondent respectivement à la vitesse instantanée au point F et au point R dans le référentiel supposé galiléen $R_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
- ϕ caractérise l'angle que fait l'axe longitudinal du véhicule avec l'axe \vec{x}_0 .
- Φ représente l'angle de braquage moyen des roues de l'essieu avant. Cet angle représente l'angle entre la direction du vecteur \vec{v}_f et l'axe longitudinal.
- ρ_f et ρ_r sont les rayons de giration instantanés associés respectivement aux points F et R .
- On dira ici que le rayon de courbure du virage pris par le véhicule sera égal à la distance O_0M , valant ρ .
- Le point O_0 sera considéré comme le centre du virage.

Question 15. Quelle est la relation liant les distances RM et MF ?

A)	B)	C)	D)
$RM = MF \times \frac{q}{2}$	$RM = MF \times \frac{\sin(q\phi)}{\sin(\phi)}$	$RM = MF \times \frac{\tan(q\phi)}{\tan(\phi)}$	$RM = MF \times \frac{\tan(\phi)}{\tan(q\phi)}$

Question 16. En constatant que $RM + MF = L$, déduisez-en la relation vérifiée par RM et par MF .

A)	$RM = L \frac{\sin(\phi) \cos(q\phi)}{\sin(\phi + q\phi)}$	$MF = L \frac{\sin(q\phi) \cos(\phi)}{\sin(\phi + q\phi)}$
-----------	--	--

B)	$RM = L \frac{\cos(\phi) \sin(q\phi)}{\sin(\phi + q\phi)}$	$MF = L \frac{\cos(q\phi) \sin(\phi)}{\sin(\phi + q\phi)}$
-----------	--	--

C)	$RM = L \frac{\cos(\phi) \sin(q\phi)}{\cos(\phi + q\phi)}$	$MF = L \frac{\cos(q\phi) \sin(\phi)}{\cos(\phi + q\phi)}$
-----------	--	--

D)	$RM = \frac{L}{1 + \frac{\tan(\phi)}{\tan(q\phi)}}$	$MF = \frac{L}{1 + \frac{\tan(q\phi)}{\tan(\phi)}}$
-----------	---	---

Question 17. En déduire alors l'expression de ρ en fonction de ϕ , q et L .

A)	B)	C)	D)
$\rho = \frac{L}{\sin(\phi) + \sin(q\phi)}$	$\rho = \frac{L}{\tan(\phi) + \tan(q\phi)}$	$\rho = \frac{L}{\cos(\phi) + \cos(q\phi)}$	$\rho = \frac{L}{\tan\left(\frac{\phi+q\phi}{2}\right)}$

2. Relation angulaire idéale entre les roues

Dans le reste de l'étude, on impose maintenant $q=1$.

Après avoir trouvé la relation entre l'angle ϕ et le rayon de courbure du virage ρ , on s'intéresse dans cette section à déterminer la relation théorique entre les angles de braquage des roues gauche et droite afin d'assurer une bonne tenue de « l'Effibot » en phase de virage.

Le système de direction est présenté en figure 7. Ce système permet une symétrie de direction entre le train avant et le train arrière. Le braquage des roues avant, gauche et droite, solidaires des fusées 3_g et 3_d est assurée via les biellettes 2_g et 2_d , elles-mêmes mises en mouvement grâce à la pièce 1. La pièce 1 est mise en rotation par rapport au bâti grâce à un motoréducteur, de rapport de réduction k_{mot} , entraînant une roue dentée solidaire de la pièce 1. La biellette 4 assure la liaison angulaire entre le train avant et le train arrière. Les différentes figures sont présentées dans la base $\mathcal{B} = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ liée au bâti de « l'Effibot ».

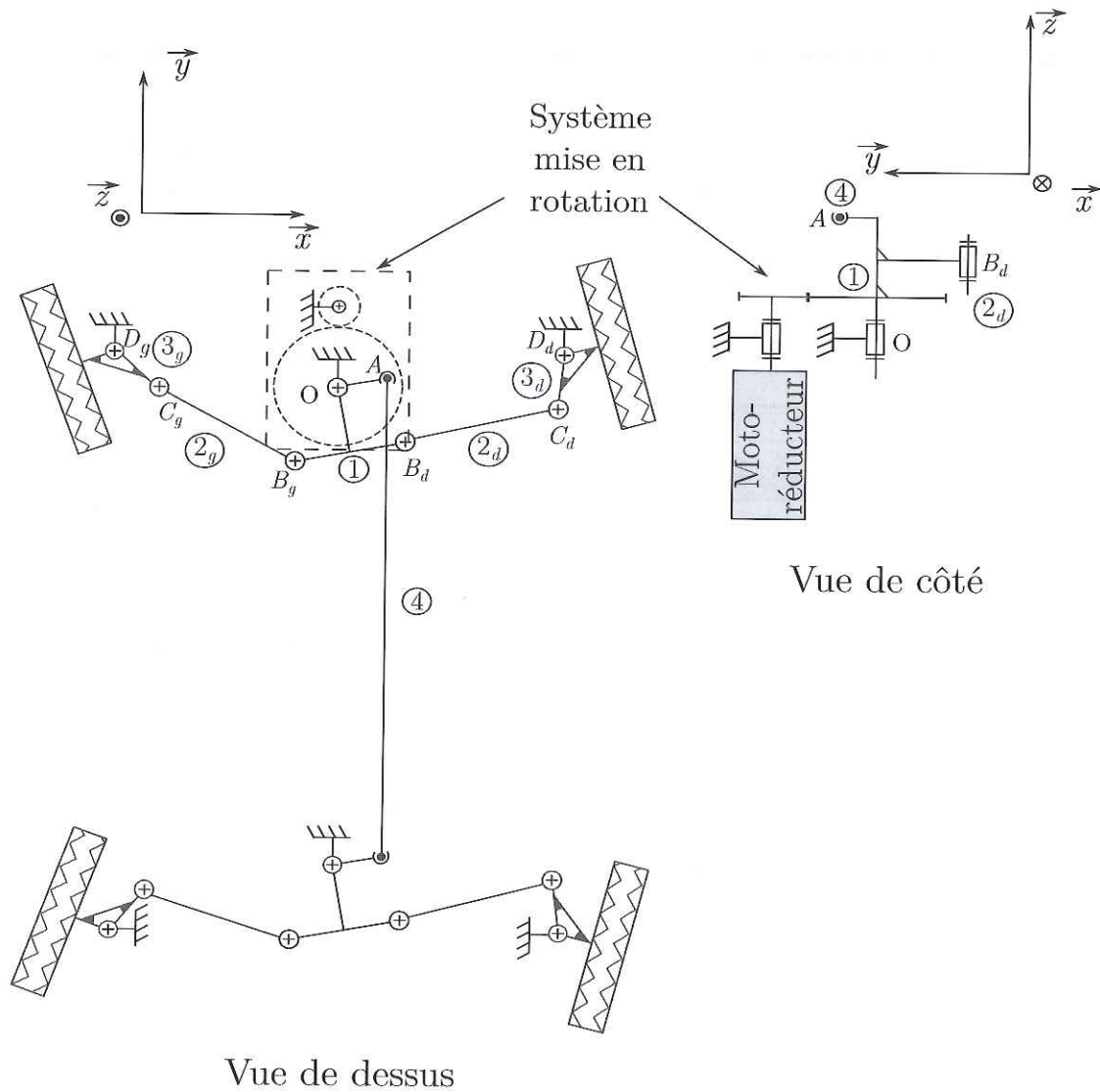


Figure 7 : Principe du système de direction

Afin d'assurer une bonne tenue en virage, il est nécessaire que les droites perpendiculaires au plan des roues se coupent en un même point O_0 (voir figure 8). Le graphe de liaisons du système est donné en figure 9.

HYPOTHESES :

- En figure 8, on définit les angles ϕ_g^{th} et ϕ_d^{th} qui sont respectivement les angles de braquage théoriques de la roue gauche avant et de la roue droite avant, permettant d'assurer la condition précédemment énoncée (il en va de même pour les roues arrière).
- ρ correspond au rayon de courbure du virage
- Le point M correspond au centre géométrique de l'Effibot
- Sur cette figure, on suppose que le système de direction est parfait et permet d'assurer un virage dans de bonnes conditions.

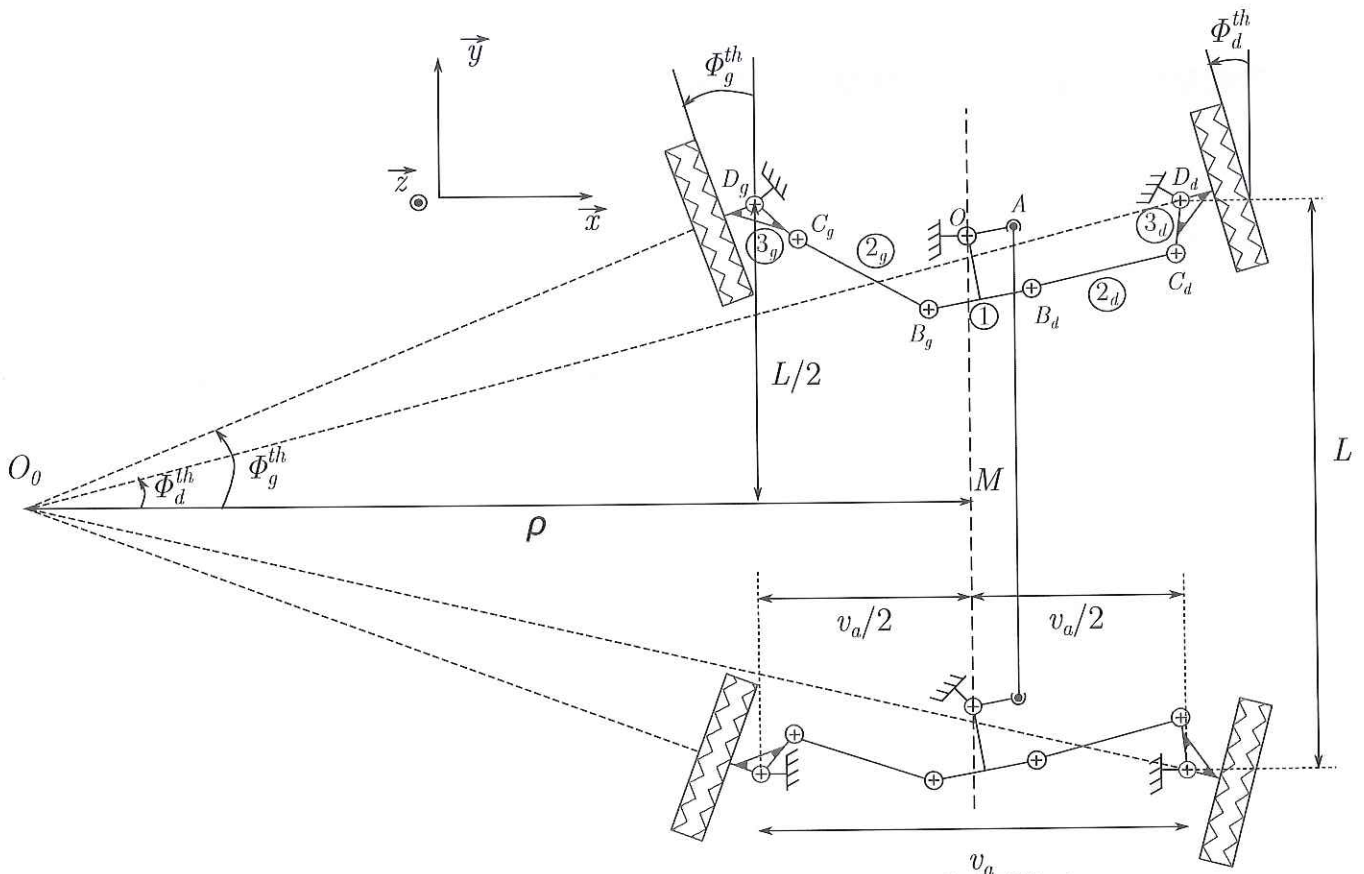


Figure 8 : Modélisation du système de direction de l'Effibot

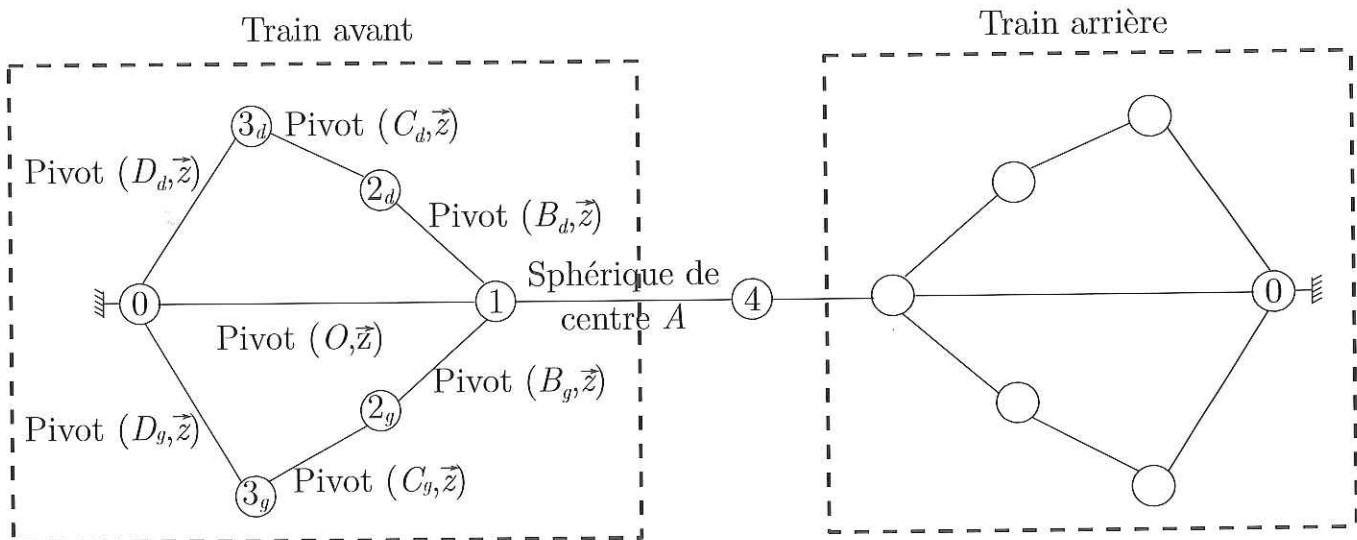


Figure 9 : Graphe de liaisons du système de direction de l'Effibot

Question 18. Déterminer la relation entre ϕ_g^{th} et ϕ_d^{th}

A)
$\tan(\phi_g^{th}) = \frac{L \times \tan(\phi_d^{th})}{L - 2v_a \tan(\phi_d^{th})}$

B)
$\tan(\phi_d^{th}) = -\frac{L \times \tan(\phi_g^{th})}{L - 2v_a \tan(\phi_g^{th})}$

C)
$\tan(\phi_d^{th}) = \frac{L \times \tan(\phi_g^{th})}{-L + 2v_a \tan(\phi_g^{th})}$

D)
$\tan(\phi_g^{th}) = \frac{L \times \tan(\phi_d^{th})}{L + 2v_a \tan(\phi_d^{th})}$

II CINEMATIQUE DU SYSTEME DE DIRECTION

Objectifs

Déterminer la relation entre les angles ϕ_g et ϕ_d existante réellement sur le système de direction de l'Effibot et la comparer avec celle, théorique, obtenue précédemment et correspondant à une condition cinématique parfaite en phase de virage.

On s'intéresse dans cette partie à l'étude de la cinématique utilisée par « l'Effibot ». On n'étudiera que le train avant, on supposera que le comportement du train arrière est identique. La figure 10 présente le paramétrage proposé pour cette étude.

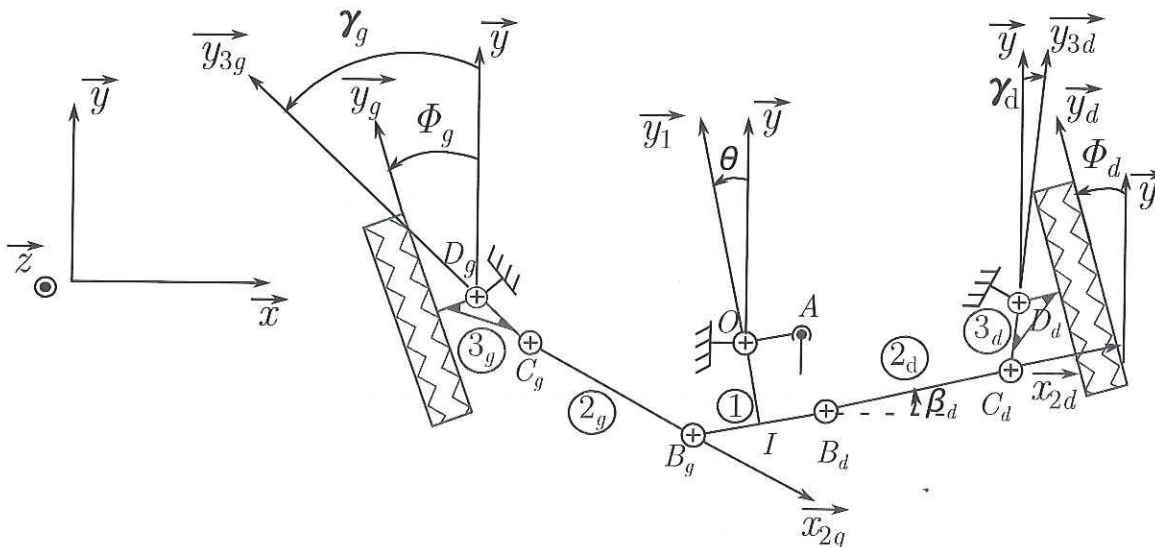


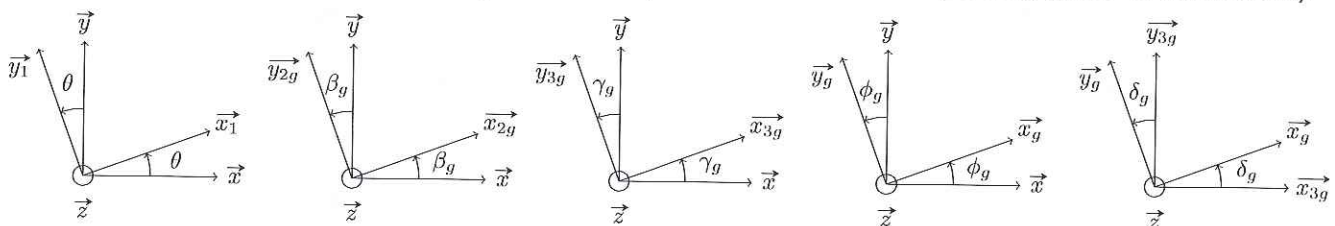
Figure 10 : Paramétrage du système de direction

Le paramètre d'entrée est l'angle θ . Les paramètres que l'on va chercher à déterminer sont les angles ϕ_g et ϕ_d représentatifs de l'angle de braquage des roues gauche et droite par rapport à l'axe \vec{y} . **Ce paramétrage est valable pour toute la partie B du sujet.**

On pose alors :

- $(\vec{x}, \vec{x}_1) = (\vec{y}, \vec{y}_1) = \theta$
- $(\vec{x}, \vec{x}_{2g}) = (\vec{y}, \vec{y}_{2g}) = \beta_g, (\vec{x}, \vec{x}_{2d}) = (\vec{y}, \vec{y}_{2d}) = \beta_d$
- $(\vec{x}, \vec{x}_{3g}) = (\vec{y}, \vec{y}_{3g}) = \gamma_g, (\vec{x}, \vec{x}_{3d}) = (\vec{y}, \vec{y}_{3d}) = \gamma_d$
- $(\vec{y}, \vec{y}_g) = \phi_g, (\vec{y}, \vec{y}_d) = \phi_d$
- \vec{y}_g et \vec{y}_d sont des vecteurs représentant la direction de braquage des roues. En ligne droite $\vec{y}_g = \vec{y}_d = \vec{y}$
- $(\vec{y}_{3g}, \vec{y}_g) = \delta_g$ (angle constant), $(\vec{y}_{3d}, \vec{y}_d) = \delta_d$ (angle constant)

On présente quelques figures géométrales (notamment celle de la partie gauche du train avant).



Les différents vecteurs de la géométrie du train avant sont donnés ci-dessous :

- $\vec{OI} = -r \vec{y}_1$ (Le point O est le centre de rotation de la pièce 1 par rapport au bâti)
- $\vec{IB}_g = -b \vec{x}_1$, $\vec{IB}_d = b \vec{x}_1$
- $\vec{B}_g \vec{C}_g = -c \vec{x}_{2g}$, $\vec{B}_d \vec{C}_d = c \vec{x}_{2d}$
- $\vec{C}_g \vec{D}_g = d \vec{y}_{3g}$, $\vec{C}_d \vec{D}_d = d \vec{y}_{3d}$
- $\vec{D}_g \vec{O} = \frac{v_a}{2} \vec{x} - e \vec{y}$
- $\vec{D}_d \vec{O} = -\frac{v_a}{2} \vec{x} - e \vec{y}$

Question 19. En se plaçant dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ exprimer les lois entrée-sortie liant γ_g, γ_d et θ .

A)	$r \sin \theta - b \cos \theta - c \cos \left(\arcsin \left(\frac{-r \cos \theta - b \sin \theta + d \cos \gamma_g - e}{c} \right) \right) - d \sin \gamma_g + \frac{v_a}{2} = 0$ $r \sin \theta - b \cos \theta - c \cos \left(\arcsin \left(\frac{-r \cos \theta - b \sin \theta + d \cos \gamma_d - e}{c} \right) \right) - d \sin \gamma_d + \frac{v_a}{2} = 0$
-----------	---

B)	$r \sin \theta - b \cos \theta - c \cos \left(\arcsin \left(\frac{-r \cos \theta - b \sin \theta + d \cos \gamma_g - e}{c} \right) \right) - d \sin \gamma_g + \frac{v_a}{2} = 0$ $r \sin \theta + b \cos \theta + c \cos \left(\arcsin \left(\frac{r \cos \theta - b \sin \theta - d \cos \gamma_d + e}{c} \right) \right) - d \sin \gamma_d - \frac{v_a}{2} = 0$
-----------	--

C)	$r \sin \theta - b \cos \theta - c \arcsin \left(\frac{-r \cos \theta - b \sin \theta - d \cos \gamma_g - e}{c} \right) - d \sin \gamma_g + \frac{v_a}{2} = 0$ $r \sin \theta + b \cos \theta + c \arcsin \left(\frac{-r \cos \theta - b \sin \theta - d \cos \gamma_d - e}{c} \right) - d \sin \gamma_d + \frac{v_a}{2} = 0$
-----------	---

D)	$r \sin \theta - b \cos \theta + c \cos \left(\frac{-r \cos \theta - b \sin \theta - d \cos \gamma_g + e}{c} \right) - d \sin \gamma_g + \frac{v_a}{2} = 0$ $r \sin \theta + b \cos \theta + c \cos \left(\frac{r \cos \theta - b \sin \theta - d \cos \gamma_d + e}{c} \right) - d \sin \gamma_d - \frac{v_a}{2} = 0$
-----------	--

Une résolution numérique de la précédente loi entrée-sortie a été mise en place pour la roue gauche et le résultat obtenu est présenté en figure 11. Les résultats sont évidemment transposables à la roue droite.

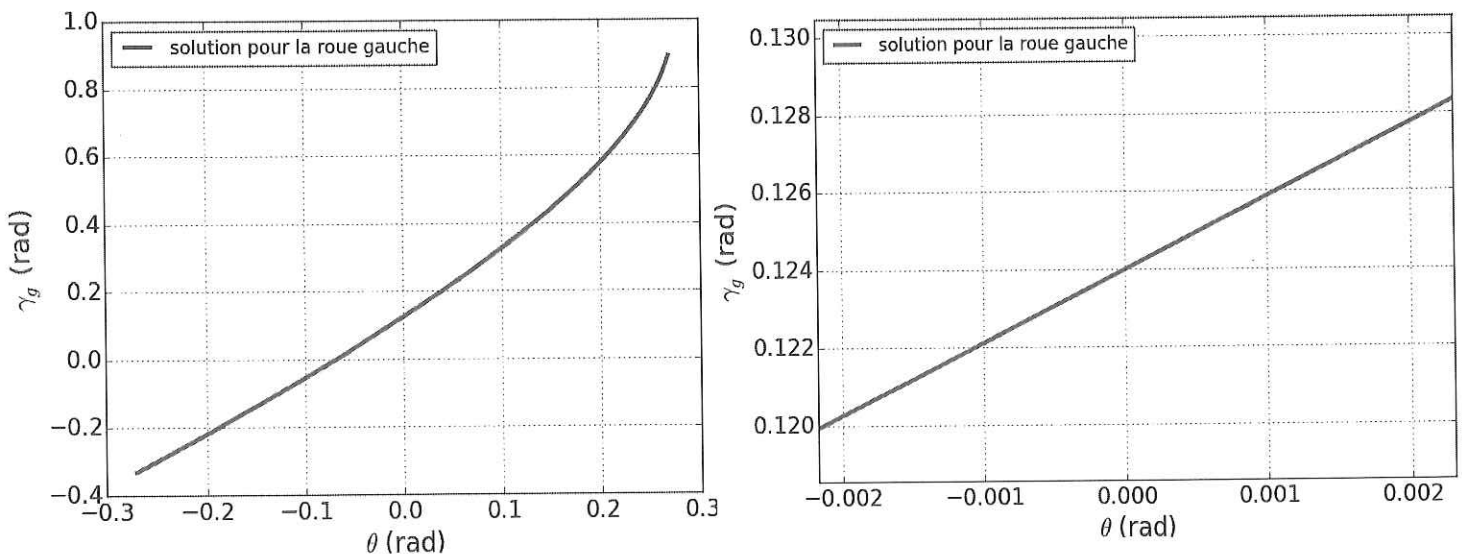


Figure 11 : Résolution de la loi entrée-sortie pour la roue gauche

Question 20. D'après les résultats de simulations et en notifiant que lorsque $\theta = 0$ les roues sont alignées suivant l'axe \vec{y} et que les angles δ_g et δ_d sont constants, en déduire les relations entre γ_g et ϕ_g et γ_d et ϕ_d .

A)	B)	C)	D)
$\phi_g = \gamma_g + 0,124$ $\phi_d = \gamma_d + 0,124$	$\phi_g = \gamma_g - 0,124$ $\phi_d = \gamma_d + 0,124$	$\phi_g = \gamma_g + 0,124$ $\phi_d = \gamma_d - 0,124$	$\phi_g = \gamma_g - 0,124$ $\phi_d = \gamma_d - 0,124$

Sur la figure 12, on présente simultanément l'évolution cinématique théorique parfaite de l'angle ϕ_d en fonction de ϕ_g (correspondant aux angles ϕ_g^{th} et ϕ_d^{th}) et celle issue du modèle cinématique retenu.

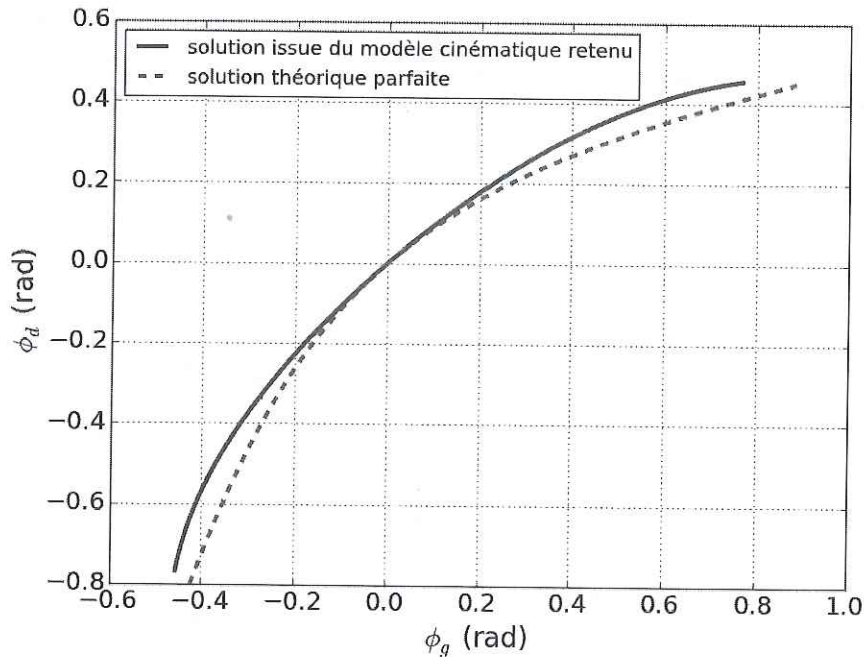


Figure 12 : Comparaison de l'évolution des angles de braquage des roues

Question 21. Que risque t-il de se passer sur le système réel lors d'une phase de virage ?

A)	B)	C)	D)
Rien de particulier	Le système ne peut pas tourner	Risque de dérapage	Perte complète de l'adhérence des roues au sol

III PRE-DIMENSIONNEMENT DU MOTOREDUCTEUR

Objectif

On cherche à établir des relations qui pourront amener à dimensionner le motoréducteur afin de permettre le braquage des roues dans le but d'aborder un virage.

Le système directionnel de « l'Effibot » est mû par un motoréducteur. Le moteur peut être modélisé par un moteur à courant continu.

Les équations de celui-ci sont :

$$J_{eq} \frac{d\omega(t)}{dt} = C_{mt}(t) - C_r(t)$$

$$u(t) = R i(t) + e(t)$$

$$C_{mt}(t) = k_c i(t)$$

$$e(t) = k_e \omega(t)$$

- J_{eq} : Inertie équivalente de l'ensemble du système de direction (en $\text{kg} \cdot \text{m}^2$) ramené à l'arbre moteur.
- $\omega(t)$: Vitesse angulaire du moteur (en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$)
- $C_{mt}(t)$: Couple moteur (en $\text{N} \cdot \text{m}$)
- $C_r(t)$: Couple résistant équivalent ramené sur l'arbre moteur (en $\text{N} \cdot \text{m}$)
- $u(t)$: Tension d'alimentation du moteur (en V)
- R : Résistance électrique du moteur (en Ω)
- $i(t)$: Courant électrique du moteur (en A)
- $e(t)$: force électro-motrice (en V)
- k_e : Constante de force-électromotrice (en $\text{V} \cdot \text{s}$)
- k_c : Constante de couple (en $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$)

Avec $k_e = k_c$

Afin d'avoir un système « Effibot » permettant de remplir efficacement sa fonction de suivi d'une personne, il faut que le système de direction puisse être réactif et donc que le moteur atteigne rapidement une vitesse angulaire suffisante. On ne cherchera pas à quantifier les termes « rapidement » et « suffisante » mais uniquement à fournir les différentes équations pouvant permettre à l'ingénieur de faire un choix de moteur adapté.

Dans ce sens, deux grandeurs sont à exprimer afin de dimensionner le moteur : J_{eq} et $C_r(t)$. Le couple $C_r(t)$ sera celui induit par le frottement des pneus sur le sol lors du braquage des roues.

1. Estimation du couple résistant ramené à l'arbre moteur $C_r(t)$

Dans cette partie, on cherche à déterminer le couple résistant à dépasser afin de faire pivoter les roues. Dans cette phase de prédimensionnement, on mènera alors une étude statique permettant d'estimer celui-ci.

1. Détermination de l'action mécanique du sol sur la roue

Afin de calculer ce couple, il est tout d'abord nécessaire d'estimer l'action mécanique du sol sur les roues. Sur les figures, on représente les différentes grandeurs et paramètres sur **la roue avant droite du robot**.

HYPOTHESES :

- On appelle M_{tot} la masse totale de « l'Effibot » (masse du robot + masse de sa charge)
- On suppose que la masse est équirépartie sur chacune des roues.
- La zone de contact entre le sol et le pneu **déformable**, notée S_c , est un disque de rayon R_{SC} .
- Le centre de ce disque est le point O_{SC} .
- Le centre géométrique de la roue est noté G_{roue}
- Les points G_{roue} et O_{SC} sont alignés verticalement (suivant l'axe \vec{z})
- A l'arrêt, la réaction du sol sur la roue est modélisée par une pression uniforme p_{react} sur S_c
- Le facteur de frottement entre le pneu et le sol est noté f .

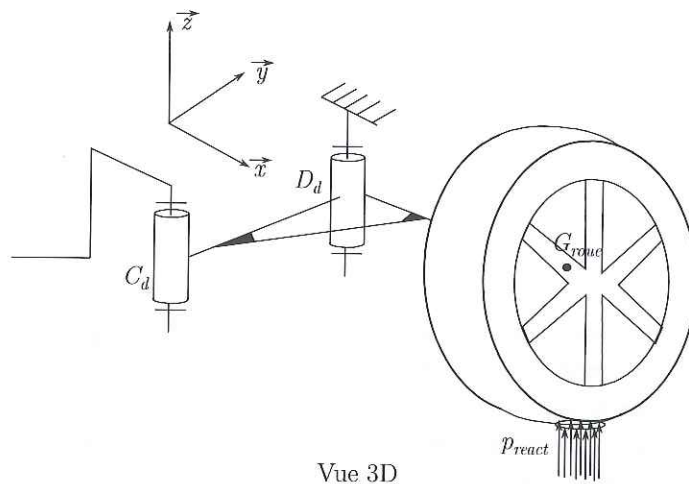


Figure 13 : Vue en 3D du système de direction de la roue avant droite

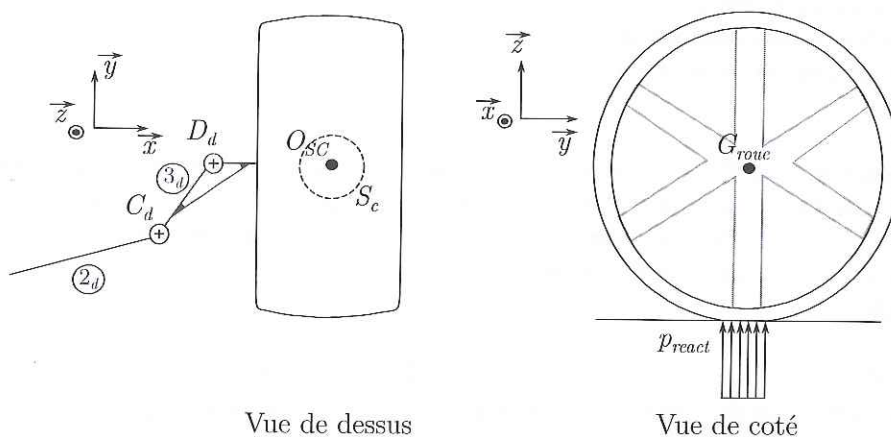


Figure 14 : Présentations 2D du système de direction pour la roue avant droite

Afin de faciliter les calculs, on supposera que les points D_d et G_{roue} sont confondus (ce qui est une hypothèse cohérente par rapport aux dimensions du système réel). On rappelle que le point O_{sc} est aligné avec G_{roue} suivant l'axe \vec{z} et donc maintenant avec D_d .

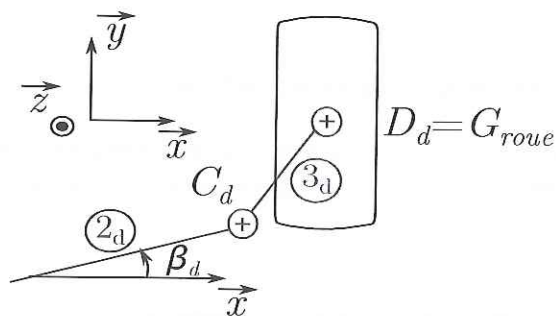


Figure 15 : Modèle où les points D_d et G_{roue} sont confondus

HYPOTHESES :

- On suppose que le robot n'avance pas.
- On suppose également que les roues sont toutes orientées parallèlement (comme si on allait avancer en ligne droite, et donc $(\vec{x}, \vec{x}_1) = (\vec{y}, \vec{y}_1) = \theta = 0 \text{ rad}$) et que l'on cherche à faire tourner les roues de telle façon à prendre un virage à gauche.

On donne le paramétrage de la surface de contact S_c , à utiliser pour mener l'étude statique sur le pneu aux questions 22 et 23.

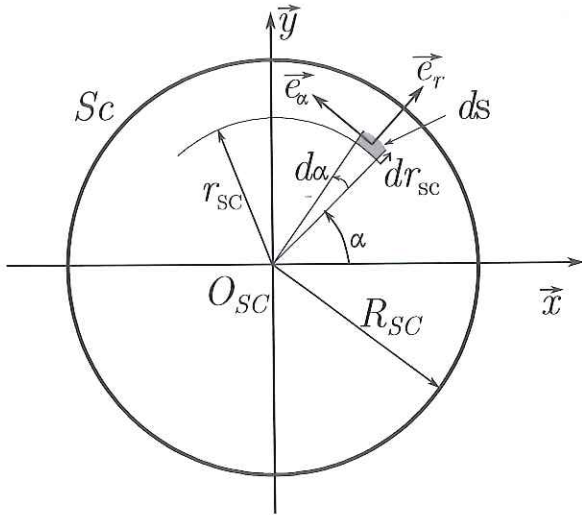


Figure 16 : Modélisation de la surface de contact entre le sol et le pneu

Question 22. Pour la roue avant droite, déterminer le torseur d'action mécanique locale au point O_{SC} du sol sur la roue. Ce torseur sera noté $\{d\tau_{s \rightarrow r}\}_{O_{SC}}$. On précise que l'élément de surface est noté ds .

A)
$\left\{ \begin{array}{l} p_{react} ds \vec{z} + f p_{react} ds \vec{e}_\alpha \\ r_{SC} p_{react} ds \vec{e}_\alpha - f p_{react} r_{SC} ds \vec{z} \end{array} \right\}_{O_{SC}}$

B)
$\left\{ \begin{array}{l} p_{react} ds \vec{z} - f p_{react} ds \vec{e}_\alpha \\ r_{SC} p_{react} ds \vec{e}_\alpha - f p_{react} r_{SC} ds \vec{z} \end{array} \right\}_{O_{SC}}$

C)
$\left\{ \begin{array}{l} p_{react} ds \vec{z} + f p_{react} ds \vec{e}_\alpha \\ -r_{SC} p_{react} ds \vec{e}_\alpha + f p_{react} r_{SC} ds \vec{z} \end{array} \right\}_{O_{SC}}$

D)
$\left\{ \begin{array}{l} p_{react} ds \vec{z} - f p_{react} ds \vec{e}_\alpha \\ -r_{SC} p_{react} ds \vec{e}_\alpha - f p_{react} r_{SC} ds \vec{z} \end{array} \right\}_{O_{SC}}$

Question 23. Déterminer alors le torseur d'action mécanique globale du sol sur la roue $\{\tau_{s \rightarrow r}\}_{O_{SC}}$

A)
$\left\{ \begin{array}{l} F_{react} = p_{react} \pi R_{SC}^2 \vec{z} \\ C_{react} = 2f p_{react} \frac{R_{SC}^3}{3} \pi \vec{z} \end{array} \right\}_{O_{SC}}$

B)
$\left\{ \begin{array}{l} F_{react} = p_{react} \pi R_{SC}^2 \vec{z} \\ C_{react} = -2f p_{react} \frac{R_{SC}^3}{3} \pi \vec{z} \end{array} \right\}_{O_{SC}}$

C)
$\left\{ \begin{array}{l} F_{react} = p_{react} \pi R_{SC}^2 \vec{z} \\ C_{react} = 2f p_{react} \frac{R_{SC}^3}{3} \pi \vec{z} \end{array} \right\}_{O_{SC}}$

D)
$\left\{ \begin{array}{l} F_{react} = p_{react} \pi R_{SC}^2 \vec{z} \\ C_{react} = -\frac{2}{3} f R_{SC} F_{react} \vec{z} \end{array} \right\}_{O_{SC}}$

On notera par la suite $\{\tau_{s \rightarrow r}\}_{O_{SC}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ F_{react} & C_{react} \end{pmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

Maintenant que l'action mécanique du sol sur les roues a été définie, on va alors chercher à estimer le couple résistant induit par celle-ci, ramené à l'arbre moteur. On se propose de mener une étude statique (toujours sur le système de direction de la roue avant droite) afin de pouvoir estimer $C_r(t)$.

Mais avant de réaliser cette étude statique, il est nécessaire de faire une étude d'hyperstatisme du système de direction et de le rendre isostatique si nécessaire.

2. Etude d'hyperstatisme

Question 24. En vous aidant des figures 8 et 9, calculez le nombre d'inconnues cinématiques I_c de l'ensemble du système de direction de « l'Effibot » (train avant+train arrière)

A)	B)	C)	D)
$I_c = 16$	$I_c = 17$	$I_c = 18$	$I_c = 20$

Question 25. Déterminer le nombre de mobilité m_c du mécanisme ?

A)	B)	C)	D)
$m_c = 1$	$m_c = 2$	$m_c = 3$	$m_c = 4$

Question 26. Déterminer le nombre cyclomatique μ .

A)	B)	C)	D)
$\mu = 2$	$\mu = 4$	$\mu = 5$	$\mu = 6$

Question 27. Calculer le degré d'hyperstatisme h .

A)	B)	C)	D)
$h = 6$	$h = 12$	$h = 13$	$h = 15$

Afin de palier l'hyperstatisme du système, les liaisons pivot entre :

- les éléments 3_g et 2_g
- les éléments 3_d et 2_d ,
- les éléments 2_g et 1
- les éléments 2_d et 1

sont remplacées par des liaisons sphériques.

3. Estimation du couple résistant ramené à l'arbre moteur due à l'action du sol sur la roue avant droite par une approche statique

Maintenant que le système a été rendu isostatique, on peut maintenant mener une étude statique afin d'estimer le couple résistant $C_r(t)$.

HYPOTHESES :

- L'action de pesanteur sur la roue (pièce 3_d), la biellette 2_d et la pièce 1 est négligée
- Le rapport de transmission entre l'arbre moteur et le pignon de la pièce 1 (voir figure 7) est noté $k_{trans} < 1$. De ce fait, $\frac{\dot{\theta}}{\omega} = k_{trans}$ avec ω vitesse de rotation du moteur et $\dot{\theta}$ vitesse de rotation de la pièce 1.
- La biellette 2_d est contenue dans le plan (C_d, \vec{x}, \vec{y}) .
- Dans cette première partie d'étude, on ne s'intéresse qu'au système de direction avant droit de l'Effibot
- Le calcul du couple résistant C_r ramené à l'arbre moteur n'est donc ici calculé que pour la roue avant droite et sera noté C_{rd}

- Les roues (et donc plus particulièrement la roue avant droite) sont alignées suivant l'axe \vec{y} . **Donc** $\theta = 0 \text{ rad}$
- Les liaisons sont supposées parfaites.

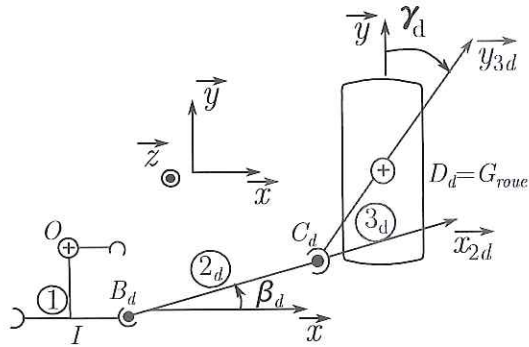


Figure 17 : Rappel de la modélisation et du paramétrage proposé

Question 28. D'après les hypothèses énoncées précédemment et le principe fondamental de la statique appliqué à la biellette 2_d . On peut en déduire :

A)	B)	C)	D)
La direction des forces $\vec{F}_{1 \rightarrow 2d}$ et $\vec{F}_{3d \rightarrow 2d}$	Le sens des forces $\vec{F}_{1 \rightarrow 2d}$ et $\vec{F}_{3d \rightarrow 2d}$	L'intensité des forces $\vec{F}_{1 \rightarrow 2d}$ et $\vec{F}_{3d \rightarrow 2d}$	Les composantes des forces $\vec{F}_{1 \rightarrow 2d}$ et $\vec{F}_{3d \rightarrow 2d}$ sont portées uniquement par les axes \vec{x} et \vec{y} .

Question 29. Quelles sont les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $\{3_d, \text{roue}\}$.

A)	<p>Action du sol sur la roue : $\{\tau_{s \rightarrow r}\} = \begin{matrix} \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \\ O_{sc} \begin{matrix} F_{react} & C_{react} \end{matrix} \end{matrix} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$</p> <p>Action de la biellette 2_d : $\{\tau_{2d \rightarrow 3d}\} = \begin{matrix} \begin{matrix} F_{2x} & 0 \\ F_{2y} & 0 \\ F_{2z} \neq 0 & 0 \end{matrix} \\ C_d \end{matrix} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$</p> <p>Action due à la liaison pivot entre le bâti 0 et la pièce 3_d $\{\tau_{0 \rightarrow 3d}\} = \begin{matrix} \begin{matrix} X & L \\ Y & M \\ Z & 0 \end{matrix} \\ O_{sc} \end{matrix} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$</p>
-----------	--

B)	<p>Action de la biellette 2_d : $\{\tau_{2d \rightarrow 3d}\} = \begin{matrix} \begin{matrix} F_{2x} & 0 \\ F_{2y} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \\ C_d \end{matrix} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$</p> <p>Action due à la liaison pivot entre le bâti 0 et la pièce 3_d $\{\tau_{0 \rightarrow 3d}\} = \begin{matrix} \begin{matrix} X & L \\ Y & M \\ Z & 0 \end{matrix} \\ O_{sc} \end{matrix} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$</p>
-----------	--

Action du sol sur la roue : $\{\tau_{s \rightarrow r}\} = \begin{matrix} \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} F_{react} & C_{react} \end{matrix} \end{matrix}_{O_{sc}}^{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

C) Action de la biellette 2_d : $\{\tau_{2_d \rightarrow 3_d}\} = \begin{matrix} \begin{matrix} F_{2x} & 0 \\ F_{2y} & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 \end{matrix} \end{matrix}_{c_d}^{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

Action due à la liaison pivot entre le bâti 0 et la pièce 3_d $\{\tau_{0 \rightarrow 3_d}\} = \begin{matrix} \begin{matrix} X & L \\ Y & M \\ Z & 0 \end{matrix} \end{matrix}_{O_{sc}}^{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

Action du sol sur la roue : $\{\tau_{s \rightarrow r}\} = \begin{matrix} \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} F_{react} & C_{react} \end{matrix} \end{matrix}_{O_{sc}}^{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

D) Action de la biellette 2_d : $\{\tau_{2_d \rightarrow 3_d}\} = \begin{matrix} \begin{matrix} F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \end{matrix}_{c_d}^{(\vec{x}_{2_d}, \vec{y}_{2_d}, \vec{z})}$

Action due à la liaison pivot entre le bâti 0 et la pièce 3_d $\{\tau_{0 \rightarrow 3_d}\} = \begin{matrix} \begin{matrix} X & L \\ Y & M \\ Z & 0 \end{matrix} \end{matrix}_{O_{sc}}^{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

Question 30. En appliquant le principe fondamental de la statique à l'ensemble $\{3_d, roue\}$ calculer alors l'expression de $\vec{F}_{3_d \rightarrow 2_d}$.

A)

$$\vec{F}_{3_d \rightarrow 2_d} = - \frac{C_{react}}{d(\cos \beta_d \cos \gamma_d + \sin \gamma_d \sin \beta_d)} \vec{x}_{2_d}$$

B)

$$\vec{F}_{3_d \rightarrow 2_d} = \frac{F_{react} \times d \cdot \cos \beta_d + C_{react}}{d(\cos \beta_d \cos \gamma_d - \sin \gamma_d \sin \beta_d)} \vec{x}_{2_d}$$

C)

$$\vec{F}_{3_d \rightarrow 2_d} = \frac{C_{react}}{d(\cos \beta_d \cos \gamma_d + \sin \gamma_d \sin \beta_d)} \vec{x}_{2_d}$$

D)

$$\vec{F}_{3_d \rightarrow 2_d} = \frac{C_{react}}{d(\cos \beta_d \cos \gamma_d - \sin \gamma_d \sin \beta_d)} \vec{x}_{2_d}$$

La norme de l'action mécanique $\vec{F}_{3_d \rightarrow 2_d}$ portée par \vec{x}_{2_d} , sera notée $\|\vec{F}_{3_d \rightarrow 2_d}\| = F_2$

Question 31. Après avoir exprimé, en fonction de F_2 , le couple induit par $\vec{F}_{2_d \rightarrow 1}$ au point O, donner l'expression de C_{rd} (en valeur absolue). On rappelle que $\theta = 0$ rad.

A)

$$C_{rd} = |F_2(r \cos \beta_d + b \sin \beta_d) k_{trans}|$$

B)

$$C_{rd} = |F_2 \sqrt{r^2 + b^2} k_{trans}|$$

C)

$$C_{rd} = \left| \frac{F_2 \sqrt{r^2 + b^2}}{k_{trans}} \right|$$

D)

$$C_{rd} = \left| \frac{F_2(r \cos \beta_d + b \sin \beta_d)}{k_{trans}} \right|$$

4. Estimation du couple résistant ramené à l'arbre moteur due à l'action du sol sur la roue avant droite par une approche énergétique

En linéarisant les lois d'entrée-sortie entre les angles θ , γ_d et β_d , autour du point de fonctionnement $\theta = 0$ rad. On obtient les relations suivantes :

$$k = \frac{\dot{\phi}_d}{\dot{\theta}} = \frac{\gamma_d}{\theta} \text{ et } k' = \frac{\beta_d}{\theta} \text{ avec } k \text{ et } k' \text{ des constantes (voir figure 18)}$$

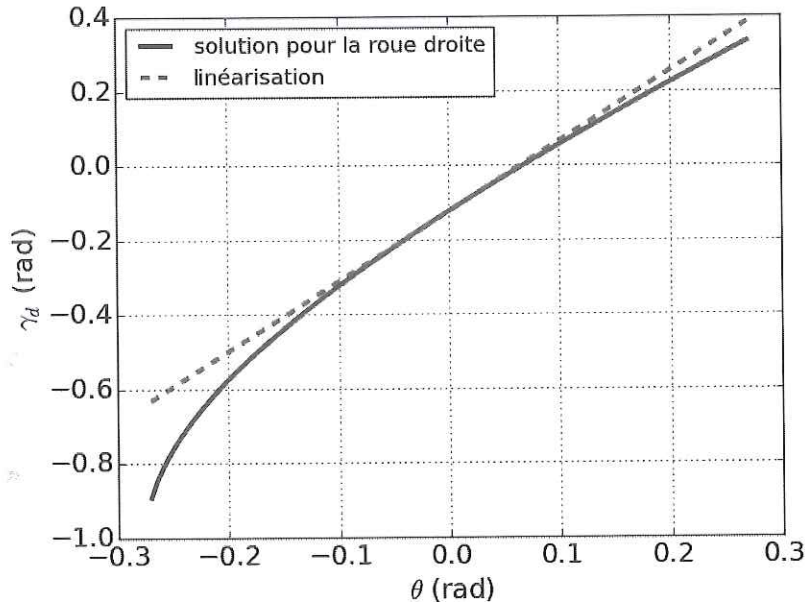


Figure 18 : Linéarisation de la loi-entrée sortie pour la roue avant droite

Question 32. Par le théorème de l'énergie cinétique appliqué sur l'ensemble $\{1, 2_d, 3_d, roue\}$, déterminer le couple C_{rd} nécessaire au pivotement de la roue droite. Pour cela vous utiliserez l'hypothèse de linéarité entre $\dot{\phi}_d$ et $\dot{\theta}$ et vous supposerez que les effets dynamiques sont négligeables.

A)	B)	C)	D)
$C_{rd} = \left \frac{C_{react}}{k k_{trans}} \right $	$C_{rd} = \left \frac{C_{react} k}{k_{trans}} \right $	$C_{rd} = C_{react} k k_{trans} $	$C_{rd} = \left \frac{C_{react} k_{trans}}{k} \right $

5. Estimation du couple résistant ramené à l'arbre moteur due à l'action du sol sur les roues

Question 33. En tenant compte des actions mécaniques du sol sur les quatre roues (on rappelle que la charge est équirépartie sur chacune des roues) quelle estimation peut-on faire de C_r ?

A)	B)	C)	D)
$C_r = -2C_{rd}$	$C_r = 2C_{rd}$	$C_r = 0$	$C_r = 4C_{rd}$

2. Estimation du temps de mise en rotation du moteur

Après avoir estimé, le couple résistant à dépasser afin d'assurer le pivotement des roues, on va chercher à estimer le temps nécessaire au moteur pour que celui-ci atteigne sa vitesse nominale. L'estimation de ce temps de mise en rotation du moteur est importante afin de juger de la réactivité du système de direction et de mettre ensuite en place une éventuelle stratégie de pilotage et d'asservissement du système. (Cette étude d'asservissement et de pilotage du système de direction ne sera pas traitée dans le sujet).

Question 34. D'après les équations du moteur rappelées précédemment, exprimer le temps de réponse à 5%, noté $t_{5\%}$, du moteur à courant continu (on rappelle que $k_e = k_c$).

A)	B)	C)	D)
$3 \frac{k_e^2}{RJ_{eq}}$	$\frac{RJ_{eq}}{k_e^2}$	$3 \frac{RJ_{eq}}{k_e^2}$	$3RJ_{eq}$

Les valeurs R et k_e sont indiquées par le fabricant du moteur. Il faut donc déterminer J_{eq} afin de pouvoir estimer le temps nécessaire pour que celui-ci atteigne sa vitesse nominale.

Pour déterminer cette valeur de J_{eq} , il est nécessaire de calculer l'énergie cinétique de l'ensemble des pièces assurant la transmission. Pour des raisons de temps, **nous nous limiterons à calculer celle de la bielle 2d**

HYPOTHESES :

- Le point G_2 est le centre de gravité de la bielle 2d avec $\overrightarrow{B_d G_2} = c/2 \cdot \overrightarrow{x_{2d}}$
- La matrice d'inertie de la pièce 2d au point G_2 est : $\bar{I}_{2d, G_2} = \begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & B_2 \end{bmatrix}_{(\overrightarrow{x_{2d}}, \overrightarrow{y_{2d}}, \vec{z})}$
- La masse de la pièce 2 est notée m_2
- La linéarité entre les angles θ , ϕ_d et γ_d est vérifiée, ainsi $\dot{\phi}_d = \dot{\gamma}_d = k \cdot \dot{\theta}$
- La linéarité entre les angles θ et β_d est vérifiée, ainsi $\dot{\beta}_d = k' \cdot \dot{\theta}$

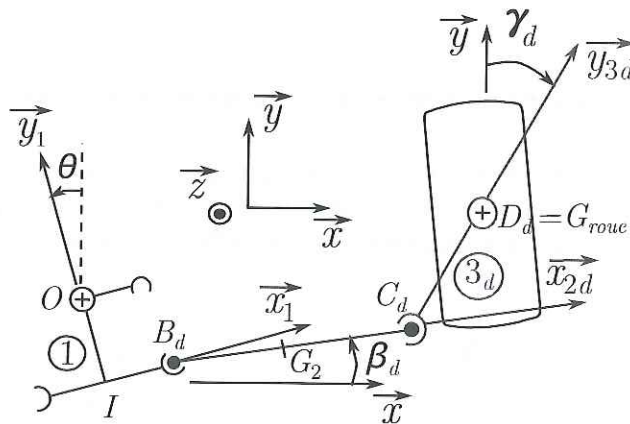


Figure 19 : Rappel de la modélisation et du paramétrage proposé

Question 35. Déterminer le torseur cinématique de $\{V_{2d/0}\}_{B_d}$, en fonction de θ

A)
$\left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ r\dot{\theta} \overrightarrow{x_1} + b\dot{\theta} \overrightarrow{y_1} \end{array} \right\}_{B_d}$

B)
$\left\{ \begin{array}{c} k'\dot{\theta} \vec{z} \\ r\dot{\theta} \overrightarrow{x_1} - b\dot{\theta} \overrightarrow{y_1} \end{array} \right\}_{B_d}$

C)
$\left\{ \begin{array}{c} k'\dot{\theta} \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{B_d}$

D)
$\left\{ \begin{array}{c} k'\dot{\theta} \vec{z} \\ r\dot{\theta} \overrightarrow{x_1} + b\dot{\theta} \overrightarrow{y_1} \end{array} \right\}_{B_d}$

Question 36. En déduire le torseur cinématique de $\{V_{2d/0}\}_{G_2}$, en fonction de $\dot{\theta}$

A)
$\left\{ \begin{array}{c} k'\dot{\theta} \vec{z} \\ \vec{V}_{B_d \in 2d/0} + k'\dot{\theta} \vec{z} \wedge \overrightarrow{B_d G_2} \end{array} \right\}_{G_2}$

B)
$\left\{ \begin{array}{c} k'\dot{\theta} \vec{z} \\ \vec{V}_{B_d \in 2d/0} + \overrightarrow{G_2 B_d} \wedge k'\dot{\theta} \vec{z} \end{array} \right\}_{G_2}$

C)
$\left\{ \begin{array}{c} k'\dot{\theta} \vec{z} \\ \vec{V}_{B_d \in 2d/0} + \overrightarrow{B_d G_2} \wedge k'\dot{\theta} \vec{z} \end{array} \right\}_{G_2}$

D)
$\left\{ \begin{array}{c} k'\dot{\theta} \vec{z} \\ \vec{V}_{B_d \in 2d/0} - \overrightarrow{G_2 B_d} \wedge k'\dot{\theta} \vec{z} \end{array} \right\}_{G_2}$

Pour la suite, on supposera que la vitesse au point G_2 par rapport à 0 se notera $\vec{V}_{G_2/0} = c_x \dot{\theta} \overrightarrow{x_{2d}} + c_y \dot{\theta} \overrightarrow{y_{2d}}$ avec c_x et c_y des grandeurs ayant la même dimension qu'une longueur.

Question 37. Déterminer le torseur cinétique de $\{C_{2d/0}\}_{G_2}$

A)
$\left\{ \begin{array}{c} m_2 \dot{\theta} (c_x \overrightarrow{x_{2d}} + c_y \overrightarrow{y_{2d}}) \\ k'\dot{\theta} (A_2 \overrightarrow{x_{2d}} + B_2 \overrightarrow{y_{2d}} + B_2 \vec{z}) \end{array} \right\}_{G_2}$

B)
$\left\{ \begin{array}{c} c_x \dot{\theta} \overrightarrow{x_{2d}} + c_y \dot{\theta} \overrightarrow{y_{2d}} \\ k'\dot{\theta} (A_2 \overrightarrow{x_{2d}} + B_2 \overrightarrow{y_{2d}} + B_2 \vec{z}) \end{array} \right\}_{G_2}$

C)
$\left\{ \begin{array}{c} m_2 \dot{\theta} (c_x \overrightarrow{x_{2d}} + c_y \overrightarrow{y_{2d}}) \\ B_2 k'\dot{\theta} \vec{z} \end{array} \right\}_{G_2}$

D)
$\left\{ \begin{array}{c} c_x \dot{\theta} \overrightarrow{x_{2d}} + c_y \dot{\theta} \overrightarrow{y_{2d}} \\ B_2 k'\dot{\theta} \vec{z} \end{array} \right\}_{G_2}$

Question 38. Déterminer l'énergie cinétique du solide 2_d dans son mouvement par rapport au bâti (0).
L'énergie cinétique est notée $Ec_{2d/0}$

A)
$Ec_{2d/0} = \frac{1}{2} (m_2(c_x^2 + c_y^2) + k'^2 B_2) \dot{\theta}^2$

B)
$Ec_{2d/0} = \frac{1}{2} (m_2^2(c_x^2 + 2c_x c_y + c_y^2) + k'^2 B_2^2) \dot{\theta}^2$

C)
$Ec_{2d/0} = \frac{1}{2} (m_2(c_x^2 + 2c_x c_y + c_y^2) + k'^2 B_2) \dot{\theta}^2$

D)
$Ec_{2d/0} = \frac{1}{2} (m_2^2(c_x^2 + c_y^2) + k'^2 B_2^2) \dot{\theta}^2$

Les différentes énergies cinétiques du système de direction sont données par :

- Energie cinétique du pivotement d'une roue : $Ec_{roue/0} = \frac{1}{2} I_r \dot{\theta}^2$
- Energie cinétique de la pièce 1 : $Ec_{1/0} = \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}^2$
- Energie cinétique des pièces 2d et 2g : $Ec_{2d/0} = Ec_{2g/0} = \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}^2$
- Energie cinétique des pièces 3d et 3g : $Ec_{3d/0} = Ec_{3g/0} = \frac{1}{2} I_3 \dot{\theta}^2$
- Energie cinétique de la pièce 4 : $Ec_{4/0} = \frac{1}{2} I_4 \dot{\theta}^2$
- Par symétrie, on supposera que les énergies cinétiques des éléments constituant le train avant et arrière sont égales.
- Pour rappel : Le rapport de transmission entre l'arbre moteur et le pignon de la pièce 1 (voir figure 7) est noté k_{trans} . Ainsi $\frac{\dot{\theta}}{\omega} = k_{trans}$

Question 39. En négligeant l'inertie des pièces du motoréducteur et de l'arbre moteur, déterminer l'inertie équivalente J_{eq} en fonction de I_r, I_1, I_2, I_3 et I_4 . Pour rappel, J_{eq} correspond à l'inertie équivalente de l'ensemble du système de transmission (train avant + train arrière) ramené à l'arbre moteur.

A)
$J_{eq} = (I_4 + 2I_1 + 4 \cdot (I_r + I_3 + I_2))k_{trans}^2$

B)
$J_{eq} = (I_4 + I_1 + 2(I_r + I_3 + I_2))k_{trans}^2$

C)
$J_{eq} = (I_4 + 2I_1 + 4(I_r + I_3 + I_2))k_{trans}$

D)
$J_{eq} = (I_4 + 2I_1 + 4(I_r + I_3 + I_2))/k_{trans}^2$

PARTIE C ETUDE DYNAMIQUE EN VIRAGE

I DYNAMIQUE EN VIRAGE

Objectif

Déterminer la hauteur limite d'un objet que l'on transporte à l'aide de l'«Effibot» sans que l'ensemble bascule en phase de virage.

On cherche dans cette partie à déterminer la hauteur d'un objet de masse fixée que l'on peut transporter dans la caisse de l'«Effibot» sans risquer le basculement lors d'un virage ayant un rayon de courbure ρ .

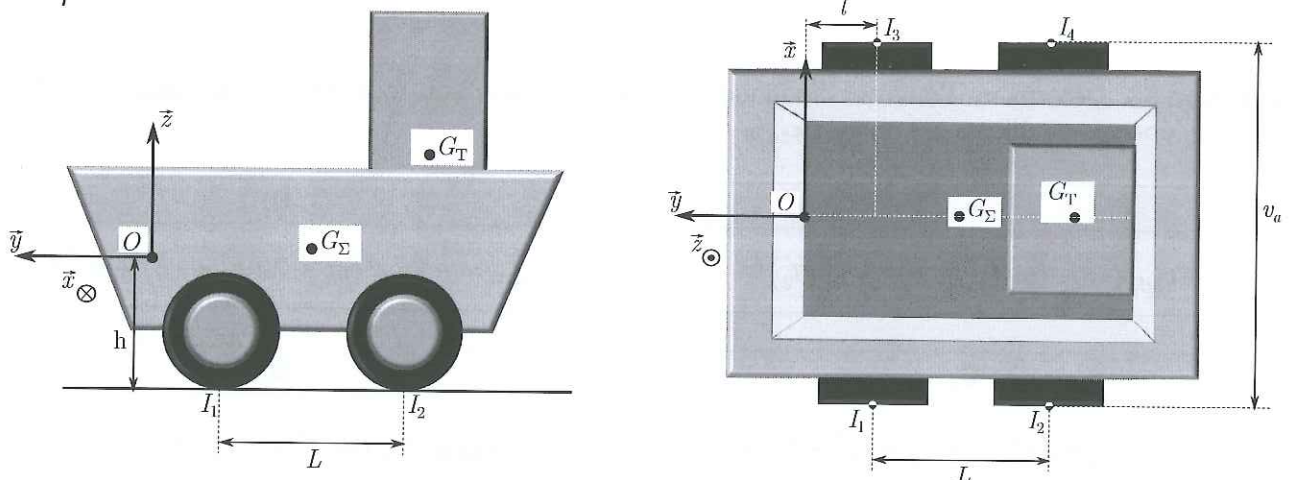


Figure 20 : Paramétrage et dimension utilisés durant l'étude

HYPOTHESES :

- Le repère $R_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est un repère lié au sol, supposé galiléen pour les conditions de l'étude.
- Le repère $R = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est un repère lié au bâti (ou caisse) de l'«Effibot».
- L'«Effibot » aborde un virage de courbure ρ constant.
- Pour simplifier les notations, l'«Effibot » sera noté Σ . Le centre de gravité de Σ est noté G_Σ .
- L'objet que l'on transporte est noté T . Le centre de gravité de T est noté G_T .
- T est supposé être un parallélépipède de largeur l_T , de longueur L_T et de hauteur h_T , avec $L_T \neq h_T$.
- L'objet T est supposé fixe dans le repère R au cours du virage.
- La position de G_Σ est : $\vec{OG}_\Sigma = \begin{pmatrix} 0 \\ y_{G_\Sigma} \\ z_{G_\Sigma} \end{pmatrix}_R$.

- La position de G_T est : $\overrightarrow{OG_T} = \begin{pmatrix} 0 \\ y_{G_T} \\ z_{G_T} \end{pmatrix}_R$.
- Le plan (O, \vec{y}, \vec{z}) est un plan de symétrie de Σ et T .
- Le plan $(G_\Sigma, \vec{x}, \vec{z})$ est un plan de symétrie de Σ .
- Le centre de gravité de l'ensemble $\{\Sigma, T\}$ est noté G .
- Le rayon de courbure du virage ρ est suffisamment grand devant la voie v_a de l'«Effibot » pour négliger l'influence du braquage des roues pour cette étude dynamique.
- On définit $\overrightarrow{O_0G_\Sigma} = \rho\vec{x}$.
- $\vec{V}_{O_0 \in \{\Sigma, T\} / R_0} = \vec{0}$. Le torseur cinématique de l'ensemble $\{\Sigma, T\}$ est noté :

$$\{V_{\{\Sigma, T\} / R_0}\}_{O_0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dot{\theta} & 0 \end{pmatrix}_R$$

- L'ensemble $\{\Sigma, T\}$ est donc considéré comme étant en rotation autour de l'axe (O_0, \vec{z})
- La masse de l'Effibot est noté m_Σ .
- La masse de T est noté m_T .
- L'accélération de la pesanteur est notée g .
- La masse et l'inertie des roues sont négligées.
- On admet que le basculement latéral a lieu avant le glissement.
- Le point I_j est un point de la zone de contact entre le pneu j et la route.
- L'action mécanique exercée par le sol sur le pneu j est modélisée par le torseur :

$$\{\tau_{sol \rightarrow p_j}\}_{I_j} = \begin{pmatrix} \vec{R}_{sol \rightarrow p_j} \\ \vec{M}_{I_j, sol \rightarrow p_j} \end{pmatrix}_{I_j} = \begin{pmatrix} T_j & 0 \\ 0 & 0 \\ N_j & 0 \end{pmatrix}_R$$

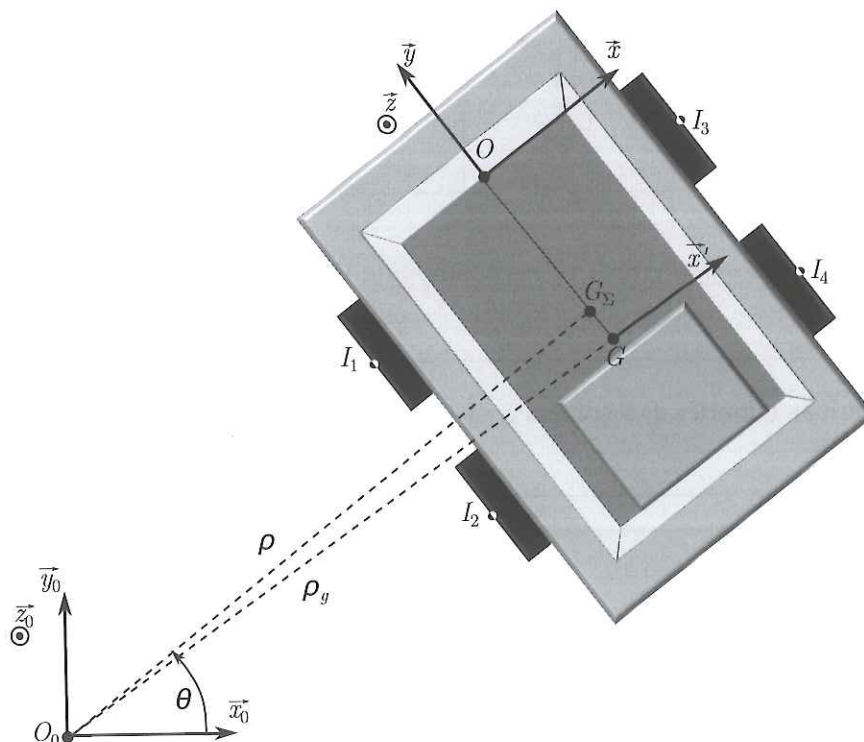


Figure 21 : Vue de dessus de l'Effibot et de son chargement lors d'une phase de virage

Question 40. A quelle condition suffisante, se trouve t-on à la limite du basculement latéral ?

A)	B)	C)	D)
$N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = 0$ $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = 0$	$N_1 + N_3 = 0$ $T_1 = T_3 = 0$	$N_1 = N_2 = 0$	$T_1 = T_2 = 0$

Question 41. Déterminer la position du centre de gravité G dans la repère R (vecteur \vec{OG}) de l'ensemble $\{\Sigma, T\}$

A)
$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ y_{G\Sigma} + y_{GT} \\ z_{G\Sigma} + z_{GT} \end{pmatrix}_R$

B)
$\frac{1}{m_\Sigma + m_T} \begin{pmatrix} 0 \\ m_\Sigma y_{G\Sigma} - m_T y_{GT} \\ m_\Sigma z_{G\Sigma} - m_T z_{GT} \end{pmatrix}_R$

C)
$\frac{1}{m_\Sigma - m_T} \begin{pmatrix} 0 \\ m_\Sigma y_{G\Sigma} - m_T y_{GT} \\ m_\Sigma z_{G\Sigma} - m_T z_{GT} \end{pmatrix}_R$

D)
$\frac{1}{m_\Sigma + m_T} \begin{pmatrix} 0 \\ m_\Sigma y_{G\Sigma} + m_T y_{GT} \\ m_\Sigma z_{G\Sigma} + m_T z_{GT} \end{pmatrix}_R$

Le vecteur \vec{OG} est alors noté : $\vec{OG} = y_G \vec{y} + z_G \vec{z}$

Grandeurs inertielles : Matrice d'inertie de Σ en son centre d'inertie G_Σ exprimée dans la base $B = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

$$\bar{I}_{\Sigma, G_\Sigma} = \begin{bmatrix} A_\Sigma & -F_\Sigma & -E_\Sigma \\ -F_\Sigma & B_\Sigma & -D_\Sigma \\ -E_\Sigma & -D_\Sigma & C_\Sigma \end{bmatrix}_B$$

Question 42. D'après la propriété de symétrie de Σ préciser la forme la matrice inertielle $\bar{I}_{\Sigma, G_\Sigma}$

A)	B)	C)	D)
$\begin{bmatrix} A_\Sigma & 0 & 0 \\ 0 & B_\Sigma & -D_\Sigma \\ 0 & -D_\Sigma & C_\Sigma \end{bmatrix}_B$	$\begin{bmatrix} A_\Sigma & 0 & 0 \\ 0 & B_\Sigma & 0 \\ 0 & 0 & C_\Sigma \end{bmatrix}_B$	$\begin{bmatrix} A_\Sigma & 0 & -E_\Sigma \\ 0 & B_\Sigma & 0 \\ -E_\Sigma & 0 & C_\Sigma \end{bmatrix}_B$	$\begin{bmatrix} A_\Sigma & -F_\Sigma & 0 \\ -F_\Sigma & B_\Sigma & 0 \\ 0 & 0 & C_\Sigma \end{bmatrix}_B$

Question 43. Pour calculer la matrice d'inertie de l'ensemble $\{\Sigma, T\}$ il faut :

- | | |
|-----------|--|
| A) | Exprimer les matrices d'inertie des solides Σ et T impérativement au point G et en faire l'addition et dans la même base. |
| B) | Négliger les masses m_Σ et m_T . |
| C) | Faire simplement l'addition des deux matrices $\bar{I}_{\Sigma, G_\Sigma} + \bar{I}_{T, G_T}$. |
| D) | Que les deux matrices d'inertie des solides Σ et T soient exprimées dans la même base et au même point. |

La matrice d'inertie de l'ensemble $\{\Sigma, T\}$ au point G est alors noté : $\bar{I}_{\{\Sigma, T\}, G} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & -D \\ 0 & -D & C \end{bmatrix}_B$

Question 44. Quel théorème doit-on appliquer en vue de déterminer la hauteur z_{G_T} provoquant un basculement latéral ?

A)	B)	C)	D)
Théorème de la résultante dynamique appliqué à $\{\Sigma, T\}$ en projection sur \vec{x}	Théorème du moment dynamique appliqué à $\{\Sigma, T\}$ en projection sur \vec{y}	Théorème du moment dynamique appliqué à $\{\Sigma, T\}$ en projection sur \vec{x}	Théorème du moment dynamique appliqué à T en projection sur \vec{y}

L'axe sur laquelle la projection doit être faite pour appliquer le théorème adéquat permettant de déterminer la hauteur z_G provoquant un basculement latéral est noté \vec{u}

HYPOTHESE :

- On suppose en première approximation puisque le rayon de courbure ρ est grand que $\vec{O_0G} = \rho \vec{x}' \approx \rho \vec{x}$. Cette hypothèse n'a pour but que d'alléger les calculs.

Question 45. Calculer le torseur cinétique $\{C_{\{\Sigma, T\}/0}\}$ de l'ensemble $\{\Sigma, T\}$ par rapport à R_0 au point G

A)	B)	C)	D)
$\begin{Bmatrix} (m_\Sigma + m_T)\rho\dot{\theta}\vec{y} \\ A\dot{\theta}\vec{x} \end{Bmatrix}_G$	$\begin{Bmatrix} -(m_\Sigma + m_T)\rho\dot{\theta}\vec{y} \\ B\dot{\theta}\vec{y} - D\dot{\theta}\vec{z} \end{Bmatrix}_G$	$\begin{Bmatrix} (m_\Sigma + m_T)\rho\dot{\theta}\vec{y} \\ -D\dot{\theta}\vec{y} + C\dot{\theta}\vec{z} \end{Bmatrix}_G$	$\begin{Bmatrix} -(m_\Sigma + m_T)\rho\dot{\theta}\vec{y} \\ -D\dot{\theta}\vec{y} + C\dot{\theta}\vec{z} \end{Bmatrix}_G$

Quelle que soit votre réponse à la question précédente, on note $\{C_{\{\Sigma, T\}/0}\} = \begin{Bmatrix} mV\vec{y} \\ \vec{\sigma}_{G, \{\Sigma, T\}/R_0} \end{Bmatrix}$ avec

$m = m_\Sigma + m_T$ et $\vec{\sigma}_{G, \{\Sigma, T\}/R_0} = A_{Gx}\dot{\theta}\vec{x} + B_{Gy}\dot{\theta}\vec{y} + C_{Gz}\dot{\theta}\vec{z}$ (avec éventuellement les grandeurs A_{Gx} , B_{Gy} ou C_{Gz} nulles).

Question 46. Exprimer alors le moment cinétique $\vec{\sigma}_{I_3, \{\Sigma, T\}/R_0}$ de $\{\Sigma, T\}$ dans son mouvement par rapport à R_0 au point I_3

A)	B)
$\vec{\sigma}_{G, \{\Sigma, T\}/R_0} + mV\left(-\frac{v_a}{2}\vec{z} + (z_G - h)\vec{x}\right)$	$\vec{\sigma}_{G, \{\Sigma, T\}/R_0} - mV\left(\frac{v_a}{2}\vec{z} + (z_G + h)\vec{x}\right)$
C)	D)
$\vec{\sigma}_{G, \{\Sigma, T\}/R_0}$	$\vec{\sigma}_{G, \{\Sigma, T\}/R_0} + mV\left(-\frac{v_a}{2}\vec{z} + (z_G + h)\vec{x}\right)$

Question 47. Donner alors l'expression de $\delta_{I_3, \{\Sigma, T\}/R_0}^{\vec{}}$, le moment dynamique de $\{\Sigma, T\}$ par rapport à R_0 .

A)
$\left. \frac{d\vec{\sigma}_{I_3, \{\Sigma, T\}/R_0}}{dt} \right _{R_0} - m(V \vec{y} \wedge \vec{V}_{I_3/R_0})$

B)
$\left. \frac{d\vec{\sigma}_{I_3, \{\Sigma, T\}/R_0}}{dt} \right _{R_0} + m(\vec{V}_{I_3/R_0} \wedge \vec{V}_{G/R_0})$

C)
$\left. \frac{d\vec{\sigma}_{I_3, \{\Sigma, T\}/R_0}}{dt} \right _{R_0}$

D)
$\left. \frac{d\vec{\sigma}_{I_3, \{\Sigma, T\}/R_0}}{dt} \right _{R_0} - m(\vec{V}_{I_3/R_0} \wedge \vec{V}_{G/R_0})$

Question 48. Déterminer alors la projection sur l'axe \vec{u} du moment dynamique de $\{\Sigma, T\}$ noté $\delta_{I_3, \{\Sigma, T\}/R_0}^{\vec{}} \cdot \vec{u}$

A)	B)	C)	D)
$B_{Gy}\ddot{\theta} - mV(z_G + h)\dot{\theta}$	$B_{Gy}\ddot{\theta}$	$A_{Gx}\ddot{\theta} - mV(z_G + h)\dot{\theta}$	$B_{Gy}\ddot{\theta} + mV(z_G + h)\dot{\theta}$

Les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $\{\Sigma, T\}$ de masse m sont les actions mécaniques du sol sur les quatre pneus (voir HYPOTHESES pages 26-27) ainsi que l'action de la pesanteur modélisée par un torseur glisseur au point G .

Question 49. Calculer la somme des moments projetée sur \vec{u} au point I_3 noté $\vec{M}_{I_3, \{\Sigma, T\}/R_0} \cdot \vec{u}$ des différentes actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $\{\Sigma, T\}$.

A)	B)	C)	D)
$v_a(N_1 + N_2 - \frac{mg}{2})$	$v_a(N_1 + N_2) - \frac{mg}{2}$	$v_a(N_1 + N_2 - \frac{mg}{4})$	$v_a(N_1 - N_2 + \frac{mg}{2})$

Question 50. En déduire l'équation permettant de déterminer la hauteur z_G à partir de laquelle la limite au basculement latéral est atteinte sous l'hypothèse où $\dot{\theta}$ est constant.

A)	B)	C)	D)
$z_G = \frac{3v_a g}{2V\dot{\theta}} - h$	$z_G = +\infty$	$z_G = \frac{v_a g}{4V\dot{\theta}} - h$	$z_G = \frac{v_a g}{2V\dot{\theta}} - h$

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



ÉPREUVE FACULTATIVE
CONNAISSANCES AERONAUTIQUES

Durée : 1 heure

Coefficient : Bonus



Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde recto
- 1 page d'instructions recto-verso pour remplir le QCM (*à lire très attentivement*)
- 6 pages de texte recto-verso

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

ÉPREUVE FACULTATIVE DE CONNAISSANCES AÉRONAUTIQUES

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

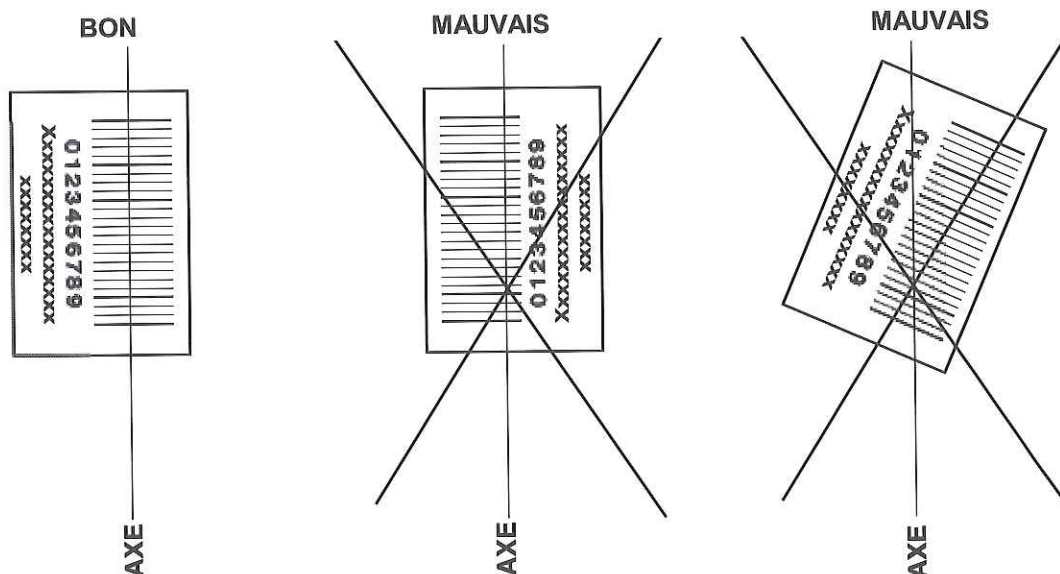
L'épreuve obligatoire de physique de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez**, c'est-à-dire « épreuve obligatoire de physique ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :

- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE**.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillon qui vous seront fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 20 questions obligatoires. Vous devez donc porter vos réponses sur les lignes numérotées de 1 à 20. N'utilisez en aucun cas les lignes numérotées de 21 à 100. Veillez à bien porter vos réponses sur la ligne correspondant au numéro de la question.

Tournez la page S.V.P.

Pour chaque ligne numérotée de 1 à 20, vous vous trouvez en face de 2 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D

QUESTION N°1

Le sigle OACI signifie :

- A. Organisation de l'Aéronautique Civile Internationale.
- B. Office Aérien de Contrôle International.
- C. Organisation de l'Aviation Civile Internationale.
- D. Organisation de l'Aviation Commerciale Internationale.

QUESTION N°2

Le QFE est :

- A. La pression calculée au niveau de la mer.
- B. La pression standard au niveau de référence de l'aérodrome.
- C. La pression déterminée au niveau de référence de l'aérodrome.
- D. La pression affichée sur l'altimètre quand l'aéronef est au sol.

QUESTION N°3

Un commandant de bord doit obligatoirement voler :

- A. En IFR si les conditions météorologiques sont VMC.
- B. En IFR si les conditions météorologiques sont IMC.
- C. En VFR si les conditions météorologiques sont CAVOK.
- D. En VFR spécial si les conditions météorologiques sont VMC.

QUESTION N°4

Les conditions VMC en espace aérien de classe D ou E au niveau de vol 100 et au-dessus sont les suivantes :

- A. Distance par rapport aux nuages : horizontalement 1500 m, verticalement 300 m
visibilité en vol : 5 km.
- B. Distance par rapport aux nuages : horizontalement 1500 m, verticalement 300 m
visibilité en vol : 8 km.
- C. Hors des nuages et en vue de la surface
visibilité en vol : 1500 m.
- D. Hors des nuages et en vue de la surface
visibilité en vol : distance parcourue en 30 secondes de vol.

QUESTION N°5

En espace aérien de classe E, les services du contrôle de la circulation aérienne sont assurés par :

- A. Des séparations entre IFR et VFR.
- B. Des séparations entre VFR.
- C. Des séparations à tous les aéronefs.
- D. Des séparations entre IFR, des informations de trafic autant que possible entre IFR et VFR et entre VFR.

QUESTION N°6

La section rétrécie du conduit d'admission du carburateur (dans laquelle est installée le gicleur):

- A. Pulvérise l'essence en fines gouttelettes.
- B. Maintient un niveau constant dans la cuve.
- C. Provoque l'échauffement qui prévient le givrage du carburateur.
- D. Provoque la dépression qui aspire le mélange.

QUESTION N°7

20 litres d'essence pèsent environ :

- A. 20 kg.
- B. 28 kg.
- C. 14 kg.
- D. 18 kg

QUESTION N°8

Sur l'anémomètre, l'arc blanc représente la plage des vitesses :

- A. A éviter en atmosphère turbulente.
- B. D'utilisation des pleins volets.
- C. Recommandées en croisière.
- D. Interdites volets rentrés.

QUESTION N°9

Posé sur un aérodrome d'altitude 420 ft, où vous ne disposez pas des paramètres, vous voulez évaluer le QNH. Votre altimètre, aiguilles à 0, fait apparaître 1008 hPa dans la fenêtre des pressions. Le QNH (ainsi approché) est de :

- A. 993 hPa.
- B. 1013 hPa.
- C. 1023 hPa.
- D. 1058 hPa.

QUESTION N°10

La finesse est maximale lorsque :

- A. Le rapport portance sur traînée est minimal.
- B. Le rapport portance sur traînée est maximal.
- C. La traînée est minimale.
- D. La portance est maximale.

Tournez la page S.V.P.

QUESTION N°11

Le fonctionnement de l'horizon artificiel repose sur :

- A. Un siphon.
- B. Un gyroscope.
- C. Une cavité résonnante.
- D. Un niveau à bulle.

QUESTION N°12

Lors d'une ressource, la vitesse de décrochage :

- A. Reste constante.
- B. Diminue, comme le facteur de charge.
- C. Diminue, à l'inverse du facteur de charge.
- D. Augmente.

QUESTION N°13

De ces quatre types de givrage, le plus dangereux est :

- A. Le givrage liquide.
- B. Le givrage opaque.
- C. La gelée blanche.
- D. Le verglas.

QUESTION N°14

La distance de décollage est la distance parcourue par l'avion depuis le lâcher des freins jusqu'au point où :

- A. Il atteint l'extrémité de la piste.
- B. Il peut être cabré (rotation).
- C. Il atteint une hauteur de 15 m au-dessus de la piste.
- D. Les roues quittent le sol.

QUESTION N°15

Les limites de centrage de votre avion sont : Avant: 0,97 m. Arrière: 1,20 m.

Vous trouvez un centrage à 1,22 m :

- A. Vous décollez en vous attendant à trouver dure la commande de profondeur.
- B. Vous chargez l'avion de façon différente, pour reculer le centre de gravité.
- C. Vous décollez en vous attendant à trouver très sensible la commande de profondeur.
- D. Vous chargez l'avion de façon différente, pour avancer le centre de gravité.

QUESTION N°16

Sans vent, votre avion monte de 0 à 3000 ft en parcourant 5 Nm en 6 minutes.

Avec un vent arrière de 10 kt, la même montée à la même Vz se fait :

- A. En parcourant 6 Nm en 6 minutes.
- B. En 5 minutes.
- C. En 8 minutes.
- D. En parcourant 3 NM en 6 minutes.

QUESTION N°17

En atmosphère type, la température à 5000 ft est :

- A. + 15°C.
- B. + 12,5°C.
- C. + 10°C.
- D. + 5°C.

QUESTION N°18

Le soleil chauffe la terre par rayonnement, la terre chauffe les basses couches de l'atmosphère principalement par :

- A. Isothermie.
- B. Convection.
- C. Inversion de température.
- D. Conduction.

Tournez la page S.V.P.

QUESTION N°19

Une dorsale est :

- A. Une région de basses pressions atmosphériques.
- B. Un axe de basses pressions.
- C. Une vaste étendue où la pression atmosphérique varie peu.
- D. Un axe de hautes pressions.

QUESTION N°20

La route vraie mesurée est 117° . La déclinaison magnétique est de 28°W . La route magnétique est :

- A. 117° .
- B. 028° .
- C. 145° .
- D. 089° .

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2018

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



**ÉPREUVE FACULTATIVE
D'INFORMATIQUE**

Durée : 1 heure

Coefficient : Bonus



Cette épreuve comporte :
1 page de garde recto
1 page d'instructions recto-verso pour remplir le QCM (*à lire très attentivement*)
1 page d'avertissements recto
8 pages de texte recto-verso

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

ÉPREUVE FACULTATIVE D'INFORMATIQUE

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve facultative d'informatique de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

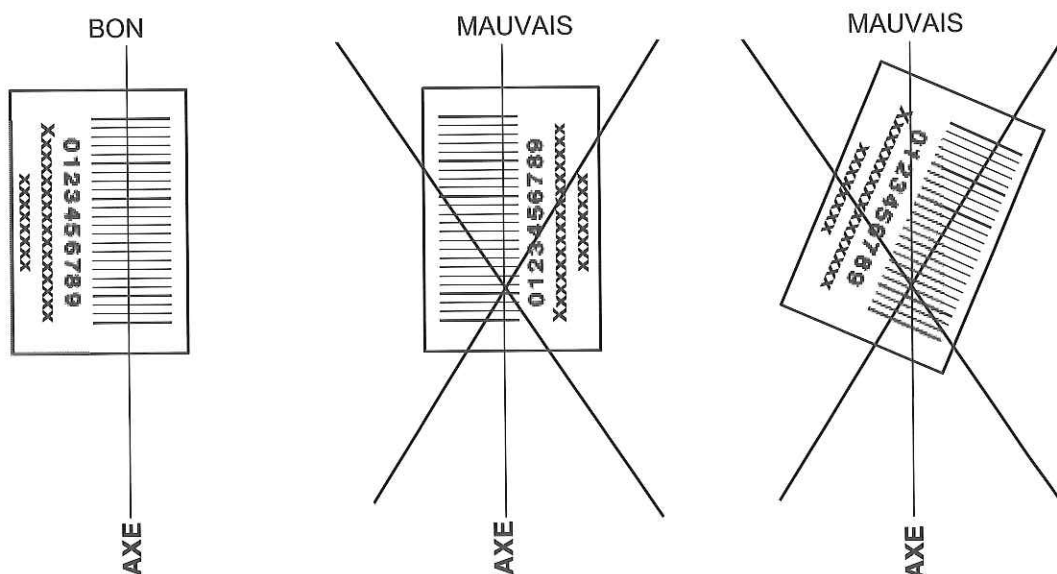
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez, c'est-à-dire «épreuve facultative d'informatique».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur **NOIRE**.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les brouillons qui vous sont fournis à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 20 questions ; **certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.**

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

Tournez la page S.V.P.

A chaque question numérotée entre 1 et 20, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 21 à 100 seront neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 1 à 20, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question, *la ligne correspondante doit rester vierge.*
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse : *vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.*
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes : *vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.*
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne : *vous devez alors noircir la case E.*

Attention, toute réponse fausse peut entraîner pour la question correspondante une pénalité dans la note.

EXEMPLE DE REPONSES :

Question 1 : Après l'exécution de la commande Python `a=2`, la valeur de a est:

- A) 2
- B) 4
- C) 6
- D) 8

Question 2 : Après l'exécution de la commande Python `a=2`, la valeur de a est:

- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6

Question 3 : Après l'exécution de la commande Python `L=[1,2,3]`, on peut affirmer que :

- A) L est une liste
- B) L est vide
- C) L contient 3 éléments
- D) L est un booléen

Vous marquerez sur la feuille réponse :

1	<input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/>
3	<input checked="" type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/>

AVERTISSEMENTS

Les scripts et fonctions Python présentés dans les énoncés sont rédigés en Python 3.

Les questions 10, 11, 12 et 13 sont liées.

Question 1 :

En informatique, le codage des caractères repose sur l'association d'un caractère à un nombre. Plusieurs codes existent. Trouver le ou les intrus.

- A) ISO-8859-1
- B) UTF-8
- C) UCI
- D) ASCII

Question 2 :

Qu'est-ce qu'un logiciel libre ?

- A) Un logiciel dont son brevet est arrivé à expiration.
- B) Un logiciel qui est gratuit.
- C) Un logiciel qui n'a aucune restriction temporelle d'exécution.
- D) Un logiciel qui peut être utilisé, copié, modifié, et redistribué librement.

Question 3 :

Quelle est la complexité temporelle du tri par fusion pour une entrée de taille n ?

- A) $O(n^2)$
- B) $O(n)$
- C) $O(\log(n))$
- D) $O(n^2 \cdot \log(n))$

Question 4 :

Quelle variable faut-il afficher avec le programme python suivant pour produire la chaîne de caractères : Air France/Toulouse-Blagnac (LFBO)

```
aero      = "/Toulouse"
compagnie = "-Air France"
oaci      = " (LFBO)-"
ville     = "-Blagnac"

res1 = (compagnie+aero+ville+oaci).replace("-", "", 1)
res2 = (compagnie+aero+ville+oaci).replace("-", "", 2)
res3 = res1[1:].replace("-", "")
res4 = (compagnie+aero+ville+oaci)[1:]
```

- A) res1
- B) res2
- C) res3
- D) res4

Question 5 :

Qu'affiche le programme python suivant quand on l'invoque via la ligne de commandes :
python icna5.py

```
# Fichier : icna5.py
n = 0
if __name__ == '__main__':
    for i in range(5):
        n = n + 4
else:
    for n in range(3, 6):
        n = n + 4
print(n)
```

- A) 9
- B) 10
- C) 20
- D) 24

Question 6 :

On considère la méthode de Newton qui est un algorithme efficace pour trouver numériquement une approximation précise d'une racine d'une fonction réelle d'une variable réelle.

- A) L'approximation d'un zéro de la fonction s'opère grâce à un développement de Taylor au premier ordre.
- B) Seul le signe de la fonction est utilisé et cela mène à une convergence linéaire.
- C) La fonction dérivée n'a pas besoin d'être calculée.
- D) Toute mise en œuvre de la méthode doit inclure un contrôle du nombre d'itérations.

Question 7 :

Considérant le programme Python suivant qui vise à approximer une racine d'une fonction réelle d'une variable réelle :

```
def MethodeNewton(f, pas, x):
    for i in range(0, pas):
        x1 = x - f(x) / (3*x**2-(3/2))
        x = x1
    return x

def f(x):
    return x**3-(3/2)*x-2

x0 = 8
pas = 10
x = MethodeNewton(f, pas, x0)

print("x = %0.6f" % x)
print("f(x) = %0.6f" % f(x))
```

- A) Le nombre d'itérations nécessaires à un résultat probant dépend de la valeur de la variable x_0 .
- B) Il manque l'incrémentation du pas à chaque itération.
- C) Le résultat $f(x)$ sera très proche de zéro.
- D) Le résultat $f(x)$ sera très proche de $(f(x_0) - f(x))/\text{pas}$.

Question 8 :

Considérant le programme Python suivant qui opère un traitement itératif pour calculer une aire

```
def Rectangle(f, xA, xB, intervalles):
    resultat, i = 0, 0
    base = (xB-xA)/intervalles
    while i < intervalles:
        resultat = resultat + f(xA+i*base)*base
        i = i + 1
    return resultat

def f(x):
    return x**3-(3/2)*x-2

xA = 0.0
xB = 1.0
intervalles = 100
resultat = Rectangle(f, xA, xB, intervalles)
print("resultat = %0.6f" % resultat)
```

- A) Le nombre d'itérations nécessaires à un résultat probant dépend de la valeur de la variable `intervalles`.
- B) Il manque la prise en compte de la dernière itération.
- C) Le résultat sera très proche de $-5/2$.
- D) Le résultat sera très proche de $5/2$.

Question 9 :

Considérant le programme Python suivant qui opère un traitement itératif pour calculer une aire

```
def Median(f, xA, xB, intervalles):
    i, resultat = 0, 0
    base = (xB-xA)/intervalles
    while i < intervalles:
        resultat = resultat + f((2*xA+(2*i+1)*base)/2)*base
        i = i + 1
    return resultat

def f(x):
    return x**3-(3/2)*x-2

xA = 0.0
xB = 1.0
intervalles = 100
resultat = Median(f, xA, xB, intervalles)

print("resultat = %0.6f" % resultat)
```


- A) Le nombre d'itérations nécessaires à un résultat probant ne dépend pas de la valeur de la variable intervalles.
- B) Le fait de considérer des rectangles construits entre x_A et x_B plutôt que de raisonner sur un point médian entre chaque intervalle était moins précis.
- C) Il ne manque pas la prise en compte de la dernière itération.
- D) Le résultat sera très proche de $5/2$.

Soit le programme `bissextile.py` suivant qui détermine si une année saisie au clavier est une année bissextile ou non. L'objectif est de tester 3 codes différents.

Rappel algorithmique : Depuis l'ajustement du calendrier grégorien, l'année sera bissextile si elle est divisible par 4 et non divisible par 100, ou si elle est divisible par 400.

```
# -*- coding: utf-8 -*-
import os

print("Cette année est-elle bissextile ?")
annee = -1
while annee <= 0:
    annee = input("Entrez une année : ")
    try:
        annee = int(annee)
        assert annee > 0
    except ValueError:
        print("Erreur de saisie\n")
        annee = -1
    except AssertionError:
        print("Erreur de saisie\n")
        annee = -1

# _____ Code n°1 _____
if (annee % 4 == 0) ^ (annee % 100 == 0) ^ (annee % 400 == 0):
    print("C'est une année bissextile")
else:
    print("C'est une année non bissextile")
# _____ Code n°2 _____
bissextile = False
if annee % 400 == 0:
    bissextile = True
elif annee % 100 == 0:
    bissextile = False
elif annee % 4 == 0:
    bissextile = True

if bissextile:
    print("C'est une année bissextile")
else:
    print("C'est une année non bissextile")

# _____ Code n°3 _____
# _____ # ligne d
print("C'est une année bissextile")
else:
    print("C'est une année non bissextile")

print ("Fin du programme")
os.system("pause")
```

Question 10 :

Quelles sont les assertions vraies à propos des instructions du début du programme `bissextile.py` ?

- A) L'instruction de la ligne `a` est parfaitement inutile.
- B) L'instruction de la ligne `b` permet de lever une exception.
- C) `except ValueError:` permet de détecter la saisie d'un nombre négatif.
- D) L'instruction de la ligne `c` est parfaitement inutile.

Question 11 :

Le code n°1 affiche pour l'année :

- A) 1900 C'est une année bissextile
- B) 2018 C'est une année non bissextile
- C) 2000 C'est une année bissextile
- D) 1802 C'est une année bissextile

Question 12 :

Le code n°2 est-il correct ?

- A) Oui
- B) Non car la variable `bissextile` est mal initialisée.
- C) Non car il manque une partie `else:` pour finir la première instruction conditionnelle.
- D) Non car `if bissextile:` provoque une erreur d'exécution.

Question 13 :

Pour un bon fonctionnement du code n°3, il faut écrire en ligne `d` :

- A) `if annee % 4 == 0 and (annee % 400 == 0 or annee % 100 != 0):`
- B) `if annee % 400 == 0 or (annee % 4 == 0 and annee % 100 != 0):`
- C) `if annee % 4 != 0 and (annee % 400 != 0 or annee % 100 == 0):`
- D) `if annee % 400 != 0 or (annee % 4 == 0 and annee % 100 != 0):`

Question 14 :

Soit le programme suivant :

```
import numpy as np

def matrice(n):
    A = np.zeros((n,n))
    for i in range(1,n+1):
        A[i-1,i-1] = 1
        A[i-1,0] = i
        A[0,i-1] = i
        A[n-1,i-1] = n+1-i
        A[i-1,n-1] = n+1-i
    return A

print(matrice(4))
```

L'exécution de ce programme affiche :

A)

```
[[ 1.  1.  3.  3.]
 [ 1.  1.  0.  3.]
 [ 2.  0.  1.  2.]
 [ 2.  2.  2.  1.]]
```

B)

```
[[ 0.  2.  3.  4.]
 [ 2.  1.  1.  3.]
 [ 3.  1.  1.  2.]
 [ 4.  3.  2.  0.]]
```

C)

```
[[ 1.  2.  3.  4.]
 [ 2.  1.  0.  3.]
 [ 3.  0.  1.  2.]
 [ 4.  3.  2.  1.]]
```

D)

```
[[ 4.  2.  3.  1.]
 [ 3.  0.  1.  2.]
 [ 3.  1.  0.  3.]
 [ 1.  3.  2.  4.]]
```

Question 15 :

L'acronyme anglais d'un système de gestion de base de données est :

- A) DB2
- B) SGBD
- C) BIG DATA
- D) SQL Server

Question 16 :

Les index d'une base de données relationnelle ont pour fonction :

- A) de faciliter les modifications.
- B) de faciliter les suppressions.
- C) de faciliter les interrogations.
- D) Toutes les réponses précédentes conviennent.

Question 17 :

Quelle est l'instruction SQL qui permet de supprimer une ligne d'une table d'une base de données relationnelle ?

- A) DROP
- B) TRUNCATE
- C) DELETE
- D) RESET

Question 18 :

Dans une requête SQL, un tri s'opère dans la clause :

- A) MERGE
- B) ORDER BY
- C) SORT
- D) Toutes les réponses précédentes conviennent.

Question 19 :

Avec une table similaire appelée sieges :

vol_id	siege	client_id	prix_client
15	01A	5	130,7
15	01C	3	170
15	02A	1	120
15	02B	10	150
19	01A	6	130
24	01B	7	120
24	01C	10	155
24	02A	11	182,5

...

La requête suivante est capable d'extraire :

```
SELECT vol_id, siege, client_id, prix_client
FROM sieges
WHERE prix_client > 130
AND vol_id = 15
OR vol_id = 24
ORDER BY vol_id, siege, prix_client
```


- A) les passagers qui ont voyagé sur un des deux vols en payant plus de 130 euros pour chaque vol.
- B) les passagers qui ont payé plus de 130 euros pour chacun des vols.
- C) les passagers qui ont voyagé ensemble sur deux vols en payant plus de 130 euros pour chaque vol.
- D) les passagers d'un vol ayant payé plus de 130 euros avec tous ceux d'un autre vol.

Question 20 :

Avec une table similaire et pour extraire les vols qui partent de Toulouse (TLS) avec ceux qui y arrivent, il faudra utiliser la condition :

VOL_ID	NUM_VOL	AERO_DEP	AERO_ARR	HEURE_DEP
15	AF6143	ORY	TLS	06/09/2017 15:45
19	AF6143	ORY	TLS	06/10/2017 17:45
24	AF6140	ORY	CDG	06/09/2017 16:00
65	AF6148	TLS	ORY	06/10/2017 19:45
...				

- A) WHERE = 'TLS' IN (aero_dep, aero_arr)
- B) WHERE aero_dep = 'TLS' AND aero_arr = 'TLS'
- C) WHERE aero_dep = 'TLS' OR aero_arr = 'TLS'
- D) WHERE aero_dep = 'TLS' XOR aero_arr = 'TLS'

*Q10
C'est de taper dans la
ligne B.*

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2018

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



**ÉPREUVE FACULTATIVE
D'ALLEMAND**

Durée : 1 heure

Coefficient : Bonus



Cette épreuve comporte :

1 page de garde recto
1 page de texte et questions recto

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

Frankreich zu Gast in Düsseldorf

1. Das Frankreichfest Düsseldorf: drei Tage in Blau, Weiß, Rot stellen alljährlich einen attraktiven Anlass dar, um die vielfältigen wirtschaftlichen, kulturellen und freundschaftlichen Beziehungen zwischen Deutschland und Frankreich zu pflegen. Seit 2001 wird die besondere Veranstaltung jährlich an einem Datum nahe zum französischen Nationalfeiertag geplant. Die Düsseldorfer Altstadt und das Rheinufer Düsseldorf bieten in der ersten Julihälfte somit französischen Regionen 72 Stunden lang eine geeignete Szene, um sich kulturell, touristisch und kulinarisch zu präsentieren. Eine der ersten vertretenen Städte war 2004 das mit Düsseldorf befreundete Toulouse. Seitdem stellen sich jedes Jahr auch zahlreiche andere Städte und Regionen den frankophilen Besuchern vor.
2. Die drei idyllischen Festtage sind bunt und abwechslungsreich – wie die französischen Regionen. Sie dauern jeweils von Freitag bis Sonntag. Ein vielfältiger Markt bietet von Deutschen besonders geschätzte französische Produkte an. Gastronomische Köstlichkeiten gibt es am Rheinufer reichhaltig: kulinarisch von A bis Z. Politiker, Bürgermeister, Schauspieler und Moderatoren gehören zu den Ehrengästen. „Leben wie Gott in Frankreich“ zog im Juli 2016 über 100.000 begeisterte Besucher an. Das 17. Düsseldorfer Frankreichfest findet vom 7.-9. Juli 2017 statt.
3. Ein umfangreiches Kulturprogramm umfasst außerdem eine - inzwischen zu einer Institution gewordene - Oldtimerrallye namens „Tour de Düsseldorf“. Über 150 Oldtimer machen das Rennen mit und ziehen Besucher aus den verschiedensten Ländern an. An der Rallye nehmen nicht nur Luxus-Oldtimer teil: lediglich alt und französisch müssen die Fahrzeuge sein (ausschließlich französische Klassiker mit einem Baujahr vor 1978).

Glossar

Die Veranstaltung : la manifestation, l'évènement

die Altstadt: le centre-ville historique

geschätzt: estimé, apprécié

der Moderator / die Moderatorin: le présentateur, la présentatrice TV ou radio

„Leben wie Gott in Frankreich“: expression idiomatique décrivant l'art de vivre à la française

der Oldtimer: la voiture ancienne, le vieux tacot

1. Übersetzen Sie den 1.Paragrafen (8 Punkte)
2. Beantworten Sie folgende Frage in etwa 100 Wörtern:
 - a. Was macht dieses Fest so attraktiv und was erwarten Ihrer Meinung nach die Besucher? (8 Punkte)
3. Zählen Sie die Adjektive auf, die das Fest am besten beschreiben. (4 Punkte)

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

SESSION 2018

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE

ÉPREUVE FACULTATIVE

D'ESPAGNOL

Durée : 1 heure

Coefficient : Bonus

Cette épreuve comporte :
1 page de garde recto
1 page de texte et questions recto

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

El Confidencial Víctor Lenore 16.08.2017

La golosina gigante que factura 21 millones al año como discjockey

Se esconde tras un cubo blanco con cara sonriente, se llama Marshmello y es el octavo DJ mejor pagado del mundo. La crítica no le toma en serio

Hace pocos días se publicó la tradicional lista de los DJs más cotizados del mundo, confeccionada por la revista 'Forbes'. No encerraba grandes novedades, pero servía para confirmar un fenómeno delirante: un señor disfrazado de golosina facturó 21 millones de dólares en los últimos doce meses. Su nombre de guerra es Marshmello, en honor a esas nubes dulces que los estadounidenses queman en los fuegos de campamento.

Se cuele directamente en el puesto número ocho, la segunda entrada más fuerte del año, debido a su ritmo febril de sesiones y a que ha ingresado en el club de los pinchas que piden un mínimo de seis cifras por sesión. Ha conseguido llegar a la cima gracias a una electrónica descaradamente popera. Su imagen de dibujo animado dispara sus beneficios por 'merchandising'. El videoclip oficial de 'Alone', su mayor éxito, supera los 520 millones de visitas en Youtube.

Por supuesto, Marshmello no inventa nada. Antes de él hubo grandes superventas electrónicos enmascarados, caso de Daft Punk y Deadmau5. Su mayor aportación es un personaje distinto: juega a ser lo contrario del DJ estrella, un marginado social de instituto, patológicamente tímido y obsesionado por la música. La revancha de los novatos en versión electrónica.

¿Se sabe quién suda bajo el casco de la media sonrisa? No, pero se sospecha de Chris Comstock, más conocido como Dotcom. Los indicios son varios, por ejemplo que comparten agente, día de cumpleaños y que Skrillex tuvo un desliz y llamó "Chris" a Marshmello durante una entrevista. El verano pasado, al final de su sesión en el Electric Daisy Carnival Festival de Las Vegas, Marshmello se quitó la máscara para revelar que en realidad era ...el DJ estrella Tiësto. Sin duda, se trataba de un bromazo porque sus calendarios de gira resultan totalmente incompatibles. Este pequeño troleo a los fans servía de publicidad gratuita para ambos.

Preguntas :

- 1 - ¿ Te parece normal que, ser DJ, pueda hacer ganar tanto dinero tan facilmente ? (8 puntos)
- 2 - Traducir desde «La golosina gigante que factura ... » hasta « ... queman en los fuegos de campamento ». (8 puntos)
- 3 - Poner en futuro desde «Por supuesto, Marshmello no inventa » hasta « ... los novatos en versión electrónica.» (4 puntos)

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2018

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



**ÉPREUVE FACULTATIVE
D'ITALIEN**

Durée : 1 heure

Coefficient : Bonus



Cette épreuve comporte :

1 page de garde recto
1 page de texte et questions recto

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

Il mondo delle comunicazioni

Il mondo sta diventando ogni giorno più piccolo. Ovunque sorgono città che si assomigliano, ovunque gli uomini tendono a vestire allo stesso modo, a guidare automobili simili e a vivere secondo analoghe abitudini. Le differenze si vanno attenuando, le distanze si vanno annullando.

Questa certa uniformità è una delle conseguenze di una rete di comunicazioni che oggi si è fatta fittissima. Immagini, notizie, informazioni, passano ogni momento del giorno e della notte da un gruppo di uomini ad un altro attraverso la radio, la televisione, i sempre più frequenti contatti diretti tra persone.

Si sa tutto di tutti, o quasi. Per molti uomini, oggi, il problema è diventato quello di scegliere tra le tante informazioni che vengono proposte di continuo, in casa e fuori, ovunque. Queste informazioni serviranno all' uomo per formarsi una opinione politica, per scegliere un prodotto da acquistare, per prendere delle decisioni nel lavoro. Certe volte influenzano le sue scelte senza che nemmeno egli se ne accorga.

Attraverso questa fitta rete di informazioni che è caratteristica della civiltà moderna si crea oggi quella che viene definita l'opinione pubblica, il giudizio della popolazione su un avvenimento, su un personaggio, su un prodotto.

Silvio Paolucci "Storia : ottocento e novecento"



Tradurre:

Il primo paragrafo (4 points)

Domande :

Dopo aver letto il testo, sviluppa un'idea che ti sembra interessante e importante
(8 points)

Questo testo scritto nel 1974 ti sembra attuale ? Perché ? (8 points)