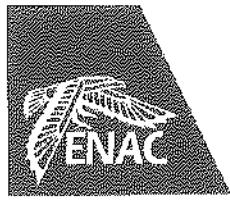


Annales concours

EPL/S 2019



ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

J. 19 1233

SESSION 2019

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ÉLÈVES PILOTE DE LIGNE

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 2 Heures

Coefficient : 1

Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde (recto),
- 2 page de consignes (recto-verso),
- 19 pages de texte (recto-verso) numérotées de 1 à 19

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve de mathématiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé informatiquement.

- 1) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un stylo à encre foncée : bleue ou noire, à bille ou feutre. Vous devez **cocher ou noircir** complètement la case en vue de la lecture informatisée de votre QCM.
- 2) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 3) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté informatiquement et de ne pas être corrigé.
- 4) Si vous voulez corriger votre réponse, **n'utilisez pas de correcteur** mais indiquez la nouvelle réponse sur la ligne de repentir.
- 5) Cette épreuve comporte 36 questions, certaines, de numéros consécutifs, sont liées. La liste des questions liées est donnée au début du texte du sujet.
Chaque candidat devra choisir au plus 24 questions parmi les 36 proposées.

Il est inutile de répondre à plus de 24 questions : le logiciel de correction lira les réponses en séquence en partant de la ligne 1, et s'arrêtera de lire lorsqu'il aura détecté des réponses à 24 questions, quelle que soit la valeur de ces réponses.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

- 6) A chaque question numérotée entre 1 et 36, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 37 à 80 sont neutralisées).
Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.
Pour chaque ligne numérotée de 1 à 36, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :
 - soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.
 - soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse,
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
 - soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes,
vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.
 - soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne,
vous devez alors noircir la case E.

En cas de réponse fausse, aucune pénalité ne sera appliquée.

7) EXEMPLES DE RÉPONSES

Question 1 : $1^2 + 2^2$ vaut :

A) 3 B) 5 C) 4 D) -1

Question 2 : le produit $(-1)(-3)$ vaut :

A) -3 B) -1 C) 4 D) 0

Question 3 : Une racine de l'équation $x^2 - 1 = 0$ est :

A) 1 B) 0 C) -1 D) 2

Vous marquerez sur la feuille réponse :

1 -

<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2 -

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>				

3 -

<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Questions liées :

1 à 5

7 à 17

18 à 22

23 à 28

29 à 31

33 à 36

Notations

Les lettres \mathbb{R} , \mathbb{R}^* , \mathbb{Q} , \mathbb{N} , \mathbb{N}^* , \mathbb{Z} , \mathbb{Z}^* désignent respectivement les ensembles des nombres réels, des nombres réels non nuls, des nombres rationnels, des nombres entiers naturels, des nombres entiers naturels non nuls, des nombres entiers relatifs et des nombres entiers relatifs non nuls.

$\mathbb{Z}[X]$ désigne l'ensemble des polynômes à coefficients dans \mathbb{Z} à une indéterminée X .

$$\text{Soit } n \in \mathbb{N}, P \in \mathbb{Z}[X] \Leftrightarrow P(X) = \sum_{k=0}^n a_k X^k, (a_0, a_1, \dots, a_n) \in \mathbb{Z}^n.$$

On appelle point fixe d'une fonction f à variable réelle un nombre réel x_0 tel que $f(x_0) = x_0$.

$\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ désigne l'ensemble des matrices 3×3 à coefficients réels, Id désigne la matrice identité et (0) désigne la matrice nulle.

$u_n \sim_{+\infty} v_n$ signifie que les deux suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sont équivalentes en $+\infty$.

Le signe \forall signifie « pour tout » et \exists « il existe ».

PARTIE I

Question 1 :

Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et un polynôme de $\mathbb{Z}[X]$ qui s'écrit : $P(X) = \sum_{k=0}^n a_k X^k, (a_0, a_1, \dots, a_n) \in \mathbb{Z}^n$

- A) Pour tout P ainsi défini, P n'admet jamais de racine dans \mathbb{Q} .
- B) Pour tout P ainsi défini, P admet toujours au moins une racine dans \mathbb{Q} .
- C) Si le rationnel $\frac{p}{q}$, avec $p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z}^*$ et $\text{pgcd}(p, q) = 1$, est racine de P alors p divise a_0 et q divise a_n .
- D) Si le rationnel $\frac{p}{q}$, avec $p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z}^*$ et $\text{pgcd}(p, q) = 1$, est racine de P alors p divise a_n et q divise a_0 .

Question 2 :

La proposition suivante est vérifiée :

- A) il suffit de chercher tous les diviseurs p_i entiers relatifs de a_0 et tous les diviseurs q_j entiers relatifs de a_n et les rationnels $\frac{p_i}{q_j}$ sont alors parmi les racines possibles du polynôme P .
- B) il suffit de chercher tous les diviseurs p_i entiers naturels de a_0 et tous les diviseurs q_j entiers naturels de a_n et les rationnels $\frac{p_i}{q_j}$ sont alors parmi les racines possibles du polynôme P .
- C) il n'existe pas de critère de localisations des éventuelles racines de P .
- D) l'étude des variations de la fonction polynomiale associée à P permet de déterminer le nombre de racines de P .

Question 3 :

Soit $Q(X) = 6X^3 - 2X^2 + 3X + 4$. La proposition suivante est vérifiée :

- A) le nombre de rationnels pouvant éventuellement être racine de Q est : 8.
- B) le nombre de rationnels non entiers pouvant éventuellement être racine de Q est : 5.
- C) le nombre de rationnels pouvant éventuellement être racine de Q est : 14.
- D) le nombre de rationnels non entiers pouvant éventuellement être racine de Q est : 10.

Question 4 :

Soit $R(X) = 78X^3 + uX^2 + vX - 14$, u et v étant des entiers relatifs.

La proposition suivante est vérifiée :

- A) R admet éventuellement des racines parmi exactement 28 rationnels positifs non entiers.
- B) R admet éventuellement des racines parmi exactement 32 rationnels positifs non entiers.
- C) R admet éventuellement des racines parmi exactement 20 rationnels positifs non entiers.
- D) R admet éventuellement des racines parmi exactement 24 rationnels positifs non entiers.

Question 5 :

Soit $S(X) = X^3 - 3X + 1$. La proposition suivante est vérifiée :

- A) S admet une racine rationnelle.
- B) S n'admet pas de racine rationnelle.
- C) S admet deux racines rationnelles.
- D) S admet trois racines rationnelles.

Question 6 :

En étudiant la fonction polynomiale associée à $S(X) = X^3 - 3X + 1$, on démontre que :

- A) S admet seulement une racine réelle.
- B) S admet trois racines réelles distinctes.
- C) S admet seulement deux racines réelles distinctes.
- D) S n'admet pas de racines réelles.

PARTIE II

L'objectif de cette partie est d'étudier les suites définies pour tout entier n par :

$$u_{n+1} = \frac{au_n + b}{cu_n + d}, \text{ le premier terme } u_0 \text{ étant donné et } (a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4.$$

Question 7 :

Pour tout $(a, b) \in \mathbb{R}^2 \setminus (0, 0)$, si $c = 0$ et $d \neq 0$ alors $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite :

- A) géométrique.
- B) arithmético-géométrique.
- C) arithmétique.
- D) constante.

Question 8 :

Pour toute la suite du sujet, nous nous plaçons dans le cas où $c \neq 0$.

Soit $f : x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}$ la fonction associée à $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$. Si $ad - bc = 0$ alors $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite :

A) telle que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.

B) non définie.

C) constante.

D) telle que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{a}{c}$.

Question 9 :

On suppose désormais que $ad - bc \neq 0$.

Pour que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ soit définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, il faut et il suffit que u_0 soit :

A) non nul.

B) différent de $-\frac{d}{c}$.

C) différent de $\frac{a}{c}$.

D) un nombre réel.

Question 10 :

Etude du cas général avec $c \neq 0$, $ad - bc \neq 0$ et u_0 convenablement choisi.

La proposition suivante est vérifiée :

A) la fonction f peut admettre au plus deux points fixes.

B) la fonction f peut admettre au plus un point fixe.

C) la fonction f admet exactement deux points fixes.

D) la fonction f admet exactement un point fixe.

Question 11 :

Supposons que f admette deux points fixes distincts α et β . On en déduit alors que :

A) $b = c\alpha^2 + (d-a)\alpha$ et $b = c\beta^2 + (d-a)\beta$

B) $b = c\alpha^2 + (a-d)\alpha$ et $b = c\beta^2 + (a-d)\beta$

C) $b = -c\alpha^2 + (d-a)\alpha$ et $b = c\beta^2 + (d-a)\beta$

D) $b = -c\alpha^2 + (d-a)\alpha$ et $b = -c\beta^2 + (d-a)\beta$

Question 12 :

Lorsque $u_0 = \alpha$ ou $u_0 = \beta$, la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est :

- A) nulle.
- B) divergente.
- C) constante.
- D) non définie.

Question 13 :

Dans toute la suite, on suppose que $u_0 \neq \beta$ et que $u_0 \neq \alpha$, α et β étant deux points fixes distincts

de f . On rappelle que $c \neq 0$. La suite de terme général $\frac{u_n - \alpha}{u_n - \beta}$ est une suite :

- A) géométrique de raison $k = \frac{a - \beta c}{a - \alpha c}$ et de premier terme $\frac{u_0 - \beta}{u_0 - \alpha}$.
- B) géométrique de raison $k = \frac{a - \alpha c}{a - \beta c}$ et de premier terme $\frac{u_0 - \alpha}{u_0 - \beta}$.
- C) géométrique de raison $k = \frac{a + \beta c}{a + \alpha c}$ et de premier terme $\frac{u_0 + \beta}{u_0 + \alpha}$.
- D) géométrique de raison $k = \frac{a + \alpha c}{a + \beta c}$ et de premier terme $\frac{u_0 + \alpha}{u_0 + \beta}$.

Question 14 :

Nous en déduisons alors :

- A) si $|k| < 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \beta$; si $|k| > 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \alpha$; si $k = -1$, $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ diverge ;
et si $k = 1$, $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est constante.
- B) si $|k| < 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \beta$; si $|k| > 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \alpha$; si $k = -1$ ou $k = 1$, $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est
constante.
- C) si $|k| < 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \alpha$; si $|k| > 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \beta$; si $k = -1$, $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ diverge ;
et si $k = 1$, $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est constante.
- D) si $|k| < 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \alpha$; si $|k| > 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \beta$; et si $k = -1$, $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ diverge.
 $k = 1$ n'est pas possible puisque $c \neq 0$ et $\alpha \neq \beta$.

Question 15 :

Supposons maintenant que f admette un seul point fixe α .

La suite de terme général $\frac{1}{u_n - \alpha}$ est une suite :

- A) arithmétique de premier terme $\frac{1}{u_0 - \alpha}$ et de raison $k' = \frac{c}{a - \alpha c}$.
- B) arithmétique de premier terme $\frac{1}{u_0 - \alpha}$ et de raison $k' = \frac{b}{a - \alpha b}$.
- C) arithmétique de premier terme $\frac{1}{u_0 - \alpha}$ et de raison $k' = \frac{a}{c - \alpha a}$.
- D) arithmétique de premier terme $\frac{1}{u_0 - \alpha}$ et de raison $k' = \frac{b}{c - \alpha b}$.

Question 16 :

On en déduit que :

- A) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$
- B) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$
- C) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \alpha$
- D) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

Question 17 :

Supposons maintenant que f n'admette pas de point fixe. Alors $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$:

- A) est telle qu'on ne peut rien dire quant à l'existence d'une limite finie éventuelle en $+\infty$.
- B) admet une limite infinie en $+\infty$.
- C) admet une limite finie en $+\infty$.
- D) n'admet pas de limite finie en $+\infty$.

PARTIE III

Soit E l'ensemble des matrices de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ de la forme :

$$M(a,b,c) = \begin{pmatrix} b+c-a & a-b & a-c \\ c-a & a & a-c \\ b-a & a-b & a \end{pmatrix} \text{ avec } (a,b,c) \in \mathbb{R}^3.$$

Question 18 :

A) $M(a,b,c) = aA + bB + cC$ où $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

et de plus $A+B+C=2Id$.

B) $M(a,b,c) = aA + bB + cC$ où $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

et de plus $A+B+C=(0)$.

C) $M(a,b,c) = aA + bB + cC$ où $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

et de plus $A+B+C=2Id$.

D) $M(a,b,c) = aA + bB + cC$ où $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

et de plus $A+B+C=(0)$.

Question 19 :

E est un espace vectoriel réel de dimension 3 de base :

A) $P = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

B) $P = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $R = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

C) $P = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

D) $P = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$, $R = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Question 20 :

La table de multiplication des éléments de la base est donnée par le tableau :

A)
$$\begin{array}{c|ccc} \times & A & B & C \\ \hline A & A & 0 & 0 \\ B & 0 & C & 0 \\ C & 0 & 0 & B \end{array}$$

B)
$$\begin{array}{c|ccc} \times & A & B & C \\ \hline A & B & 0 & 0 \\ B & 0 & A & 0 \\ C & 0 & 0 & C \end{array}$$

C)
$$\begin{array}{c|ccc} \times & A & B & C \\ \hline A & A & 0 & 0 \\ B & 0 & B & 0 \\ C & 0 & 0 & C \end{array}$$

D)
$$\begin{array}{c|ccc} \times & A & B & C \\ \hline A & C & 0 & 0 \\ B & 0 & A & 0 \\ C & 0 & 0 & B \end{array}$$

Question 21 :

On en déduit, pour $(a,b,c) \in \mathbb{R}^3$ et $(a',b',c') \in \mathbb{R}^3$ que :

A) $M(a,b,c) \times M(a',b',c') = M(ac',ba',cb').$

B) $M(a,b,c) \times M(a',b',c') = M(ab',ca',bc').$

C) $M(a,b,c) \times M(a',b',c') = M(aa',bc',cb').$

D) $M(a,b,c) \times M(a',b',c') = M(aa',bb',cc').$

Question 22 :

On en déduit que :

- A) $\forall (a,b,c) \in \mathbb{R}^3$ et $\forall (a',b',c') \in \mathbb{R}^3$ nous avons :
 $M(a,b,c) - M(a',b',c') \in E$ et $M(a,b,c) \times M(a',b',c') = M(a',b',c') \times M(a,b,c)$.
- B) $\exists (a,b,c) \in \mathbb{R}^3$ et $\exists (a',b',c') \in \mathbb{R}^3$ tels que :
 $M(a,b,c) - M(a',b',c') \notin E$ et $M(a,b,c) \times M(a',b',c') \neq M(a',b',c') \times M(a,b,c)$.
- C) $\forall (a,b,c) \in \mathbb{R}^3$ et $\forall (a',b',c') \in \mathbb{R}^3$ nous avons :
 $M(a,b,c) - M(a',b',c') \in E$.
Et $\exists (a,b,c) \in \mathbb{R}^3$ et $\exists (a',b',c') \in \mathbb{R}^3$ tels que :
 $M(a,b,c) \times M(a',b',c') \neq M(a',b',c') \times M(a,b,c)$.
- D) $\exists (a,b,c) \in \mathbb{R}^3$ et $\exists (a',b',c') \in \mathbb{R}^3$ tels que :
 $M(a,b,c) - M(a',b',c') \notin E$.
Et $\forall (a,b,c) \in \mathbb{R}^3$ et $\forall (a',b',c') \in \mathbb{R}^3$ nous avons :
 $M(a,b,c) \times M(a',b',c') = M(a',b',c') \times M(a,b,c)$.

PARTIE IV

Une urne contient 15 boules identiques indiscernables au toucher de couleur noire, blanche ou rouge.

On sait que cette urne contient au moins deux boules de chaque couleur.

On note n, b et r le nombre de boules respectivement noires, blanches et rouges.

On tire simultanément deux boules dans l'urne et on note leur couleur.

On note l'événement G : « obtenir deux boules de la même couleur ».

On note $g(n, b, r)$ la probabilité en fonction de n, b et r de l'événement G .

Question 23 :

On démontre que :

A) $g(n, b, r) = \frac{1}{120} [n(n-1) + b(b-1) + r(r-1)]$

B) $g(n, b, r) = \frac{1}{210} [n(n+1) + b(b+1) + r(r+1)]$

C) $g(n, b, r) = \frac{1}{120} [n(n+1) + b(b+1) + r(r+1)]$

D) $g(n, b, r) = \frac{1}{120} \left[\frac{n(n-1)}{2} + \frac{b(b-1)}{2} + \frac{r(r-1)}{2} \right]$

Question 24 :

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé d'origine O , soient les points N, B et R de coordonnées respectives $(15, 0, 0)$, $(0, 15, 0)$ et $(0, 0, 15)$.

Une équation cartésienne du plan (NBR) est :

A) $-x - y - z = 15$

B) $x + y + z = 15$

C) $-x - y - z = 1$

D) $x + y + z = 1$

Question 25 :

Soit M le point de coordonnées (n, b, r) comme définies précédemment. On démontre que :

A) le point M n'appartient pas au plan (NBR) .

B) $g(n, b, r) = \frac{1}{210}(OM^2 - 15)$

C) le point M appartient au plan (NBR) .

D) $g(n, b, r) = \frac{1}{120}(OM^2 - 15)$

Question 26 :

On en déduit que la probabilité $g(n, b, r)$ est minimale pour :

A) $(n, b, r) = (4, 4, 4)$

B) $(n, b, r) = (3, 3, 3)$

C) $(n, b, r) = (6, 6, 6)$

D) $(n, b, r) = (7, 7, 7)$

Question 27 :

Cette probabilité minimale est :

A) $\frac{2}{7}$

B) $\frac{2}{35}$

C) $\frac{11}{70}$

D) $\frac{93}{210}$

Question 28 :

On suppose que les nombres de boules de chaque couleur ont été choisis par l'organisateur d'un jeu, de telle sorte que la probabilité de l'événement G soit minimale.

Un joueur mise x euros, avec $x \in \mathbb{N}^*$ puis il tire simultanément au hasard deux boules de l'urne.

Dans tous les cas, il perd sa mise de départ.

S'il obtient deux boules de la même couleur, il reçoit k fois le montant de sa mise, avec k nombre réel strictement supérieur à 1.

Sinon, il ne reçoit rien.

On note X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur.

Le jeu est équitable pour :

A) $k \leq \frac{7}{2}$

B) $k = \frac{2}{7}$

C) $k \geq \frac{7}{2}$

D) $k = \frac{7}{2}$

PARTIE V

Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on considère la fonction f_n définie sur l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ par :

$$f_n : x \mapsto n(\cos x)^n \sin x$$

Question 29 :

La fonction f_n :

- A) admet un maximum sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ en un point unique x_n vérifiant : $x_n = \arctan \frac{1}{\sqrt{n}}$.
- B) admet un maximum sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ en un point unique x_n vérifiant : $x_n = \arctan \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{\pi}{2}$.
- C) admet un minimum sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ en un point unique x_n vérifiant : $x_n = \arctan \frac{1}{\sqrt{n}}$.
- D) admet un minimum sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ en un point unique x_n vérifiant : $x_n = \arctan \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{\pi}{2}$.

Question 30 :

On démontre que :

A) $x_n \underset{+ \infty}{\sim} \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{\pi}{2}$

B) $x_n \underset{+ \infty}{\sim} \sqrt{n}$

C) $x_n \underset{+ \infty}{\sim} \frac{1}{\sqrt{n}}$

D) $x_n \underset{+ \infty}{\sim} \sqrt{n} + \frac{\pi}{2}$

Question 31 :

On note $y_n = f_n(x_n)$. On démontre que :

A) $y_n \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} \sqrt{\frac{n}{2e}}$

B) $y_n \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} \sqrt{\frac{n}{e}}$

C) $y_n \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} \sqrt{\frac{3n}{2e}}$

D) $y_n \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} \sqrt{\frac{2n}{3e}}$

Question 32 :

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \int_x^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} dt$.

Un développement limité de f en 0 à l'ordre 4 est donné par l'expression :

A) $f(x) = -x + x^2 - \frac{1}{6}x^3 + o(x^4)$

B) $f(x) = x + x^2 + \frac{1}{6}x^3 + o(x^4)$

C) $f(x) = -x - x^2 + \frac{1}{6}x^3 + o(x^4)$

D) $f(x) = -x + x^2 + \frac{1}{6}x^3 + o(x^4)$

PARTIE VI

On considère les suites $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définies pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par :

$$x_n = \int_0^1 t^n \cos t dt, \quad y_n = \int_0^1 t^n \sin t dt \text{ et } z_n = x_n + iy_n.$$

Question 33 :

On démontre que $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = 0$ si et seulement si :

- A) $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sont croissantes majorées et $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq x_n \leq \frac{1}{n+1}$ et $0 \leq y_n \leq \frac{1}{n+1}$
- B) $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sont décroissantes et minorées par 0.
- C) $\lim_{n \rightarrow +\infty} |z_n| = 0$.
- D) $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sont décroissantes minorées et $\forall n \in \mathbb{N}^*, 0 \leq x_n \leq \frac{1}{n}$ et $0 \leq y_n \leq \frac{1}{n}$

Question 34 :

$\forall n \in \mathbb{N}^*$, on démontre que :

- A) $x_{n+1} = (n+1)y_n + \sin(1)$.
- B) $x_{n+1} = -(n+1)y_n + \sin(1)$
- C) $x_{n+1} = -(n+1)y_n + \cos(1)$
- D) $x_{n+1} = (n+1)y_n + \cos(1)$

Question 35 :

$\forall n \in \mathbb{N}^*$, on démontre que :

A) $y_{n+1} = (n+1)x_n + \cos(1)$

B) $y_{n+1} = -(n+1)x_n - \cos(1)$

C) $y_{n+1} = -(n+1)x_n + \cos(1)$

D) $y_{n+1} = (n+1)x_n - \cos(1)$

Question 36 :

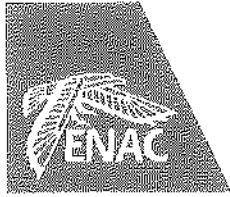
On déduit que :

A) $\lim_{n \rightarrow +\infty} nx_n = \cos 1$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} ny_n = \sin 1$

B) $\lim_{n \rightarrow +\infty} nx_n = -\cos 1$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} ny_n = \sin 1$

C) $\lim_{n \rightarrow +\infty} nx_n = \cos 1$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} ny_n = -\sin 1$

D) $\lim_{n \rightarrow +\infty} nx_n = -\cos 1$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} ny_n = -\sin 1$



ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

J. 19 1234

SESSION 2019

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ÉLÈVES PILOTE DE LIGNE

ÉPREUVE DE PHYSIQUE

Durée : 2 Heures

Coefficient : 1

Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde (recto),
- 2 pages de consignes (recto-verso),
- 1 page d'avertissement (recto),
- 8 pages de texte (recto-verso).

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

ÉPREUVE DE PHYSIQUE

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve de physique de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé informatiquement.

- 1) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un stylo à encre foncée : bleue ou noire, à bille ou feutre. Vous devez **cocher ou noircir** complètement la case en vue de la lecture informatisée de votre QCM.
- 2) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 3) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté informatiquement et de ne pas être corrigé.
- 4) Si vous voulez corriger votre réponse, **n'utilisez pas de correcteur** mais indiquez la nouvelle réponse sur la ligne de repentir.
- 5) Cette épreuve comporte 36 questions, certaines, de numéros consécutifs, sont liées. La liste des questions est donnée au début du texte du sujet.
Chaque candidat devra choisir au plus 24 questions parmi les 36 proposées.

Il est inutile de répondre à plus de 24 questions : le logiciel de correction lira les réponses en séquence en partant de la ligne 1, et s'arrêtera de lire lorsqu'il aura détecté des réponses à 24 questions, quelle que soit la valeur de ces réponses.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

- 6) A chaque question numérotée entre 1 et 36, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 37 à 80 sont neutralisées).
Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.
Pour chaque ligne numérotée de 1 à 36, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :
 - soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.
 - soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse,
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
Ex : si vous pensez que la bonne réponse est B vous cochez la case B.
 - soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes,
vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.
Ex : si vous pensez que la bonne réponse est A et C vous cochez les cases A et C
 - soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne,
vous devez alors noircir la case E.

En cas de réponse fausse, aucune pénalité ne sera appliquée.

7) EXEMPLES DE RÉPONSES

Exemple I : Question 1 :

Pour une mole de gaz réel :

- A) $\lim_{P \rightarrow 0} (PV) = RT$, quelle que soit la nature du gaz.
- B) $PV = RT$ quelles que soient les conditions de pression et température.
- C) Le rapport des chaleurs massiques dépend de l'atomicité.
- D) L'énergie interne ne dépend que de la température.

Exemple II : Question 2 :

Pour un conducteur ohmique de conductivité électrique σ , la forme locale de la loi d'OHM est :

- A) $j = E/\sigma$
- B) $j = \sigma E$
- C) $E = \sigma^2 j$
- D) $j = \sigma^2 E$

Exemple III : Question 3 :

- A) Le travail lors d'un cycle monotherme peut être négatif.
- B) Une pompe à chaleur prélève de la chaleur à une source chaude et en restitue à la source froide.
- C) Le rendement du cycle de CARNOT est $1 + \frac{T_2}{T_1}$.
- D) Le phénomène de diffusion moléculaire est un phénomène réversible.

Vous marquerez sur la feuille réponse :

1 -

<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2 -

<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3 -

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>				

AVERTISSEMENTS

Dans certaines questions, les candidats doivent choisir entre plusieurs valeurs numériques. Nous attirons leur attention sur les points suivants :

1 - Les résultats sont arrondis en respectant les règles habituelles; il est prudent d'éviter des arrondis trop imprécis sur les résultats intermédiaires.

2 - Les valeurs fausses proposées diffèrent suffisamment de la valeur exacte pour que d'éventuels écarts d'arrondi n'entraînent aucune ambiguïté sur la réponse.

Les notations utilisées sont celles en vigueur au niveau international. Ainsi, conformément à ces recommandations internationales, les vecteurs sont représentés en caractères gras et le produit vectoriel est noté par le symbole \times .

QUESTIONS LIÉES

Mécanique du point matériel : [1, 2, 3, 4, 5, 6]

Optique géométrique : [7, 8, 9, 10, 11, 12]

Force et énergie potentielle électrostatiques : [13, 14, 15, 16, 17, 18]

Machine thermique : [19, 20, 21, 22, 23, 24]

Forces centrales : [25, 26, 27, 28, 29, 30]

Circuit électrique : [31, 32, 33, 34, 35, 36]

Partie 1 : Mécanique du point matériel

Une gouttelette d'eau sphérique, de masse m et de diamètre D , tombe dans l'air en étant soumise à trois forces de direction verticale : son poids, la poussée d'Archimède \mathbf{F}_A et une force de frottement visqueux due à l'air $\mathbf{F}_f = -\alpha \mathbf{v}$, où \mathbf{v} est le vecteur vitesse de la gouttelette, dans le référentiel terrestre \mathcal{R} supposé galiléen, et $\alpha = 3\pi\eta D$, η étant un paramètre caractéristique de l'air appelé viscosité. On précise qu'il n'est pas nécessaire de connaître cette grandeur pour résoudre le problème posé. On note \mathbf{g} le vecteur champ de pesanteur terrestre supposé uniforme.

On donne la masse volumique de l'eau liquide, $\rho_e \approx 1\,000 \text{ kg.m}^{-3}$, et celle de l'air, $\rho_a \approx 1 \text{ kg.m}^{-3}$.

1. À l'aide d'une analyse dimensionnelle, déterminer l'unité SI (Système International) de η .

A) kg.m.s B) $\text{kg.m}^{-1}\text{s}$ C) kg.m.s^{-1} D) $\text{kg.m}^{-1}\text{s}^{-1}$

2. On néglige la poussée d'Archimède devant les deux autres forces. Quelle est, sous forme vectorielle, l'équation différentielle du premier ordre qui décrit le mouvement de la gouttelette dans \mathcal{R} ? Dans les expressions ci-dessous, t est le temps.

A) $\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \frac{\mathbf{v}}{\tau} = \mathbf{g}$ où $\tau = \frac{\alpha}{m}$
 B) $\frac{d\mathbf{v}}{dt} - \frac{\mathbf{v}}{\tau} = \mathbf{g}$ où $\tau = \frac{m}{\alpha}$

C) $\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \frac{\mathbf{v}}{\tau} = \mathbf{g}$ où $\tau = \frac{m}{\alpha}$
 D) $\frac{d\mathbf{v}}{dt} - \frac{\mathbf{v}}{\tau} = \mathbf{g}$ où $\tau = \frac{\alpha}{m}$

3. La poussée d'Archimède étant toujours négligée, quelle est, dans \mathcal{R} , l'expression de $\mathbf{v}(t)$ sachant que la vitesse initiale de la gouttelette est nulle?

A) $\mathbf{v}(t) = \mathbf{g}\tau$
 B) $\mathbf{v}(t) = \mathbf{g}\tau \left[1 + \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]$

C) $\mathbf{v}(t) = \mathbf{g}\tau \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]$
 D) $\mathbf{v}(t) = \mathbf{g}\tau \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

4. On s'intéresse maintenant au vecteur position \mathbf{r} de la gouttelette. La poussée d'Archimède étant toujours négligée, déterminer $\mathbf{r}(t)$ sachant que la position initiale de la gouttelette est nulle.

A) $\mathbf{r}(t) = \mathbf{g}\tau t - \tau^2 \mathbf{g} \left[1 + \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]$
 B) $\mathbf{r}(t) = \mathbf{g}\tau t + \tau^2 \mathbf{g} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]$

C) $\mathbf{r}(t) = \mathbf{g}\tau t - \tau^2 \mathbf{g} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]$
 D) $\mathbf{r}(t) = \mathbf{g}\tau t$

5. Exprimer, en fonction de D , η , ρ_e et g , la vitesse limite v_l de la gouttelette, puis calculer sa valeur approximative. On donne $D = 10 \mu\text{m}$, $\eta \approx 2 \times 10^{-5} \text{ SI}$ (SI = Système International des unités) et $g \approx 10 \text{ m.s}^{-2}$ (g est la norme de \mathbf{g}).

A) $v_l = \frac{\rho_e g D^2}{18\eta}$ et $v_l \approx 2,5 \text{ mm.s}^{-1}$
 B) $v_l = \frac{18\eta}{\rho_e g D^2}$ et $v_l \approx 25 \text{ mm.s}^{-1}$

C) $v_l = \frac{\rho_e g D^2}{18\eta}$ et $v_l \approx 0,25 \text{ m.s}^{-1}$
 D) $v_l = \frac{\rho_e g D}{18\eta}$ et $v_l \approx 2,5 \text{ cm.s}^{-1}$

6. On s'intéresse désormais à l'influence de la poussée d'Archimède sur la valeur de v_l . Quel est l'écart relatif $|v_{l,A} - v_l|/v_{l,A}$, en pourcentage, entre la vitesse limite $v_{l,A}$ obtenue en tenant compte de la poussée d'Archimède et la vitesse v_l obtenue précédemment ?

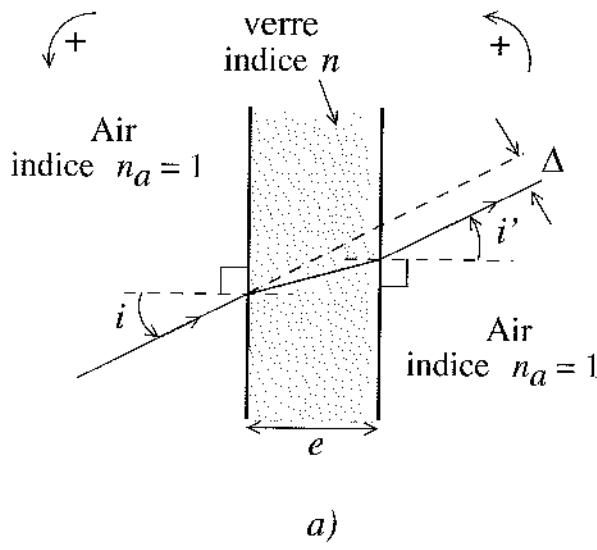
A) $\frac{|v_{l,A} - v_l|}{v_{l,A}} = \frac{\rho_e}{(\rho_e + \rho_a)} \approx 10\%$

B) $\frac{|v_{l,A} - v_l|}{v_{l,A}} = \frac{\rho_a}{(\rho_e - \rho_a)} \approx 0,1\%$

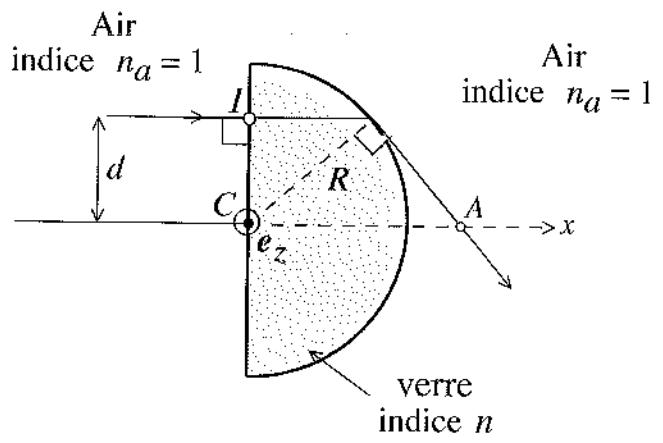
C) $\frac{|v_{l,A} - v_l|}{v_{l,A}} = 1 - \frac{\rho_e}{\rho_a} \approx 90\%$

D) $\frac{|v_{l,A} - v_l|}{v_{l,A}} = 1 - \frac{\rho_a}{\rho_e} \approx 99,9\%$

Partie 2 : Optique géométrique



a)



b)

FIG. 1 – (a) Lames à faces parallèles et (b) lentille hémicylindrique d'axe de révolution Ce_z .

7. Un rayon lumineux atteint, sous un angle d'incidence i , l'un des dioptres d'une lame à faces parallèles en verre d'épaisseur e et d'indice n (Fig. 1a). La lame est plongée dans l'air (indice $n_a = 1$). Après traversée de la lame, le rayon émerge sous un angle i' . Quelle est la relation entre i et i' ?

- A) Il n'y a pas de relation particulière.
B) $i' = -i$

- C) $\sin i' = n \sin i$
D) $i' = i$

8. Comment s'écrit, en fonction de e , n et i , l'écart Δ entre ce rayon émergent et le prolongement du rayon incident ? Parmi les réponses proposées, r désigne l'angle de réfraction à la traversée du premier dioptre.

- A) $\Delta = e \cos i (\tan i - \tan r)$
B) $\Delta = e \cos i (\tan r - \tan i)$

- C) $\Delta = e (\tan i - \tan r)$
D) $\Delta = e (\tan i + \tan r)$

9. Sur le second dioptrre de la lame, le rayon est non seulement réfracté comme précédemment, mais il est aussi partiellement réfléchi. Il retourne alors vers le premier dioptrre où il se réfléchit partiellement à nouveau et retourne vers le second dioptrre. Quelle est la durée Δt de ce trajet (soit un aller-retour dans la lame) pour le rayon lumineux? Parmi les réponses proposées, c désigne la constante d'Einstein (vitesse de propagation de la lumière dans le vide).

A) $\Delta t = \frac{2e}{c} \left(1 - \frac{\sin^2 i}{n^2} \right)^{1/2}$

B) $\Delta t = \frac{2e}{c} (n^2 + \sin^2 i)^{1/2}$

C) $\Delta t = \frac{2ne}{c} \left(1 - \frac{\sin^2 i}{n^2} \right)^{-1/2}$

D) $\Delta t = \frac{2e}{c} (n^2 + \sin^2 i)^{-1/2}$

10. Le second dioptrre est maintenant une surface hémicylindrique de génératrice Ce_z et de rayon R (Fig. 1b). L'ensemble de ce dioptrre et du dioptrre plan précédent forme une lentille hémicylindrique. Un rayon incident atteint le dioptrre plan en un point I , sous incidence normale, de sorte qu'il émerge du dioptrre cylindrique tangentielle à ce dernier (Fig. 1b). Quelle doit être la distance $d = CI$ pour obtenir cette configuration?

A) $d = nR$

B) $d = \frac{R}{n}$

C) $d = R$

D) $d = \frac{n}{R}$

11. En déduire la distance CA qui sépare C du point d'intersection A du rayon émergent avec l'axe Cx (Fig. 1b).

A) $CA = \frac{R}{n^2 - 1}$

B) $CA = \frac{nR}{(n^2 - 1)^{1/2}}$

C) $CA = 2R$

D) $CA = R$

12. Un second rayon frappe normalement le dioptrre plan de la lentille hémicylindrique mais à une distance de C inférieure à d . Par rapport au point A précédent, où se trouvera le point d'intersection B avec l'axe Cx du rayon émergent de la lentille hémicylindrique?

A) B est confondu avec A .

B) B est plus éloigné que A du centre C de la lentille hémicylindrique.

C) B est plus proche que A du centre C de la lentille hémicylindrique.

D) On ne peut rien dire *a priori*.

Partie 3 : Force et énergie potentielle électrostatiques

On propose ici quelques considérations élémentaires d'électricité atmosphérique. La résolution de cet exercice ne requiert pas de connaissances particulières, hormis les notions de force et d'énergie électrostatiques exigées par le programme. Toutes les grandeurs électriques dont il est question dans cet exercice sont supposées indépendantes du temps. Les charges électriques, de valeurs constantes, sont considérées ponctuelles.

13. On assimile la Terre à une boule solide de rayon $R_T \approx 6\,000\text{ km}$ et de centre T . On suppose qu'elle porte une charge électrique $Q \approx -500\text{ kC}$ ponctuelle, localisée en T . On s'intéresse à la valeur E_T , au niveau du sol, du champ électrique dû à cette charge. Pour cela, on précise que, si une charge électrique Q exerce une force électrostatique de valeur F_e sur une autre charge électrique q , alors cette dernière est soumise à un champ électrique de valeur $E_e = F_e/|q|$. Exprimer E_T puis calculer sa valeur. On donne $1/(4\pi\epsilon_0) \approx 9 \times 10^9\text{ SI}$ (SI = Système International des unités), où ϵ_0 est la permittivité diélectrique du vide.

A) $E_T = \frac{|Q|}{4\pi\epsilon_0 R_T^2}$

B) $E_T = \frac{|Q|}{4\pi\epsilon_0 R_T}$

C) $E_T = 1\text{ GV.m}^{-1}$

D) $E_T = 125\text{ V.m}^{-1}$

Tournez la page S.V.P.

14. À l'instar du champ de pesanteur, le champ électrique au voisinage du sol peut-être considéré localement uniforme (sa valeur ne dépend pas de l'altitude), de direction verticale et orienté vers le bas (verticale descendante). Près du sol, l'atmosphère contient très majoritairement des ions de charge électrique $q > 0$. Quel est, dans le référentiel terrestre, le vecteur accélération \mathbf{a} d'un ion de masse m , dont le poids est négligeable, placé dans le champ électrique de valeur E_T ? Parmi les réponses proposées, \mathbf{e}_z est le vecteur unitaire orienté vers le haut (sens de la verticale ascendante).

A) $\mathbf{a} = -\frac{qE_T}{m}\mathbf{e}_z$ B) $\mathbf{a} = \frac{qE_T}{m}\mathbf{e}_z$ C) $\mathbf{a} = \mathbf{0}$ D) $\mathbf{a} = -\frac{mE_T}{q}\mathbf{e}_z$

15. Le mouvement vertical des ions positifs précédent définit un courant électrique. La valeur moyenne de ce courant est de $2 \times 10^{-12} \text{ A}$ par mètre carré de surface terrestre. En considérant la totalité de la surface terrestre, quel est l'ordre de grandeur de la durée Δt au bout de laquelle la charge positive transportée par ce courant est égale à $|Q|$?

A) $\Delta t \approx 10 \text{ s}$ B) $\Delta t \approx 10 \text{ min}$ C) $\Delta t \approx 100 \text{ min}$ D) $\Delta t \approx 10 \text{ h}$

16. Les résultats précédents indiquent que la charge électrique de la Terre serait complètement neutralisée en peu de temps s'il n'existe pas un mécanisme de recharge. Ce sont les orages qui, en jouant le rôle de batterie électrique, permettent de maintenir une valeur de Q quasi constante. On se propose de déterminer quelques grandeurs caractéristiques qui interviennent dans un nuage d'orage. Pour cela, on peut modéliser grossièrement un tel nuage par un ensemble de deux charges ponctuelles, disposées verticalement, l'une négative $Q_n \approx -40 \text{ C}$ proche de la base du nuage et l'autre positive $Q_p \approx 40 \text{ C}$ à plus haute altitude. Sachant que ces deux charges sont distantes de $d = 5 \text{ km}$, exprimer le vecteur force électrostatique \mathbf{F}_e qu'exerce la charge négative Q_n sur la charge positive Q_p , puis calculer sa norme F_e . Parmi les réponses proposées, \mathbf{e}_z est le vecteur unitaire orienté vers le haut (sens de la verticale ascendante), z_n la coordonnée verticale de la charge Q_n et z_p celle de la charge Q_p .

A) $\mathbf{F}_e = \frac{Q_n Q_p}{4\pi\epsilon_0 (z_p - z_n)^2} \mathbf{e}_z$ C) $F_e \approx 6 \times 10^2 \text{ N}$
 B) $\mathbf{F}_e = \frac{Q_n Q_p}{4\pi\epsilon_0 (z_p - z_n)} \mathbf{e}_z$ D) $F_e \approx 6 \times 10^5 \text{ N}$

17. Quelle est l'expression de l'énergie potentielle $\mathcal{E}_{p,e}$ de la charge Q_p soumise à la force électrostatique de la part de la charge Q_n ? On prendra comme origine des énergies potentielles la configuration où les charges sont à des distances mutuelles infinies. Sachant que la production annuelle moyenne de puissance électrique en France était, en 2016, d'environ 150 GW (données officielles d'EDF), que vaut le rapport $\alpha = \mathcal{E}_{p,e}/\mathcal{E}_{EDF}$ entre la valeur de $\mathcal{E}_{p,e}$ et la valeur de l'énergie \mathcal{E}_{EDF} produite en une seconde sur le réseau électrique français.

A) $\mathcal{E}_{p,e} = \frac{Q_n Q_p}{4\pi\epsilon_0 d}$ B) $\mathcal{E}_{p,e} = \frac{Q_p}{4\pi\epsilon_0 d}$ C) $\alpha \approx 0,02$ D) $\alpha \approx 0,2$

18. Le nuage d'orage précédent présente une tension électrique U entre la base et son sommet que l'on peut écrire $U = 2\mathcal{E}_{p,e}/|Q_n|$. Calculer U numériquement. En outre, sachant que la valeur E_o du champ électrique correspondant peut être prise égale à $F_e/|Q_n|$, quel est le rapport $\alpha_E = E_o/E_T$ entre E_o et la valeur E_T du champ obtenue à la question 13?

A) $U \approx 1,5 \text{ MV}$ B) $U \approx 150 \text{ MV}$ C) $\alpha_E \approx 120$ D) $\alpha_E \approx 0,1$

Partie 4 : Machine thermique

On schématise le fonctionnement d'un moteur de Stirling en considérant qu'un gaz (nombre de moles n), supposé parfait, évolue selon un cycle de quatre transformations : deux transformations isothermes et deux transformations isochores (Fig. 2). L'isotherme AB est à la température T_1 et l'isotherme CD à la température $T_2 > T_1$. Le gaz ne subit aucun changement d'état physique au cours de son cycle.

Lors de la succession des deux transformations DA et AB , le gaz reçoit algébriquement la chaleur (ou transfert thermique) Q_1 . De même, lors de la succession des deux transformations BC et CD , le gaz reçoit algébriquement la chaleur (ou transfert thermique) Q_2 .

On note γ le rapport C_p/C_v des capacités thermiques du gaz à pression et volume constant respectivement (C_p et C_v), et $R \approx 8 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ désigne la constante des gaz parfaits. En outre, V_A et V_B étant les volumes du gaz dans l'état A et B respectivement, on note $a = V_A/V_B$ le rapport de compression du gaz.

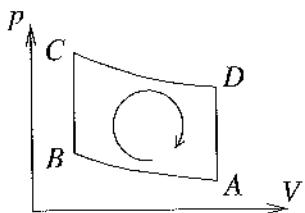


FIG. 2 - Cycle moteur de Stirling. L'arc de cercle fléché à l'intérieur du cycle ABCD représente le sens de parcours du cycle de transformations thermodynamiques.

19. On note W le travail (transfert mécanique) reçu algébriquement par le gaz sur un cycle de transformations. Quel est le signe de W et quel est le bilan énergétique du gaz au bout d'un cycle de transformations?
- A) $W < 0$ C) $W - Q_1 - Q_2 = 0$
 B) $W > 0$ D) $W + Q_1 + Q_2 = 0$
20. Quelles sont les expressions de Q_1 et Q_2 ?
- A) $Q_1 = \frac{R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) + RT_1 \ln a$ et $Q_2 = \frac{R}{\gamma - 1}(T_1 - T_2) + RT_2 \ln a$
 B) $Q_1 = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) - nRT_1 \ln a$ et $Q_2 = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_1 - T_2) - nRT_2 \ln a$
 C) $Q_1 = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_1 - T_2) - nRT_1 \ln a$ et $Q_2 = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) + nRT_2 \ln a$
 D) $Q_1 = \frac{1}{\gamma - 1}(T_1 - T_2) + nRT_1 \ln a$ et $Q_2 = \frac{1}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) - nRT_2 \ln a$
21. On admet désormais que Q_1 et Q_2 sont respectivement identiques aux chaleurs Q_f et Q_c que le gaz recevrait algébriquement de la part d'une source froide (température T_f) et de la part d'une source chaude (température T_c). Ce faisant, on se ramène à un moteur diatherme. Quelles sont, parmi les affirmations ci-dessous, celles qui sont inexactes?
- A) Pour le gaz, $Q_1 < 0$ et $Q_2 > 0$.
 B) Le rendement de ce moteur est inférieur à 1.
 C) À la fin du cycle, la variation d'entropie ΔS du gaz est nulle.
 D) L'efficacité η_m du moteur est W/Q_2 .
22. Déterminer l'efficacité η_m du moteur.
- A) $\eta_m = \frac{(\gamma - 1)(T_2 - T_1) \ln a}{T_1[1 + (\gamma - 1) \ln a] - T_2}$
 B) $\eta_m = \frac{(\gamma - 1)(T_2 - T_1) \ln a}{T_2[1 + (\gamma - 1) \ln a] - T_1}$
 C) $\eta_m = \frac{(T_1 - T_2) \ln a}{T_1[1 - (\gamma - 1) \ln a] - T_2}$
 D) $\eta_m = -\frac{(\gamma - 1)(T_2 - T_1) \ln a}{T_2[1 - (\gamma - 1) \ln a] - T_1}$

23. En considérant que ce moteur fonctionne entre les deux températures extrêmes T_f et T_c , quelle est l'efficacité η_C du cycle de Carnot correspondant ?

A) $\eta_C := 1 - \frac{T_f}{T_c}$ B) $\eta_C = 1 - \frac{T_c}{T_f}$ C) $\eta_C = \frac{T_f}{T_c}$ D) $\eta_C = \frac{T_c}{T_f}$

24. Si l'on note $S^{(c)}$ l'entropie créée au cours d'un cycle de ce moteur, quel est le bilan entropique du gaz au cours d'un tel cycle ?

A) $\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} - S^{(c)} = 0$ C) $\frac{Q_f}{T_f} - \frac{Q_c}{T_c} + S^{(c)} = 0$
 B) $\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} + S^{(c)} = 0$ D) $\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} + S^{(c)} = 0$

Partie 5 : Forces contraires

Un satellite artificiel, assimilé à un corpuscule de masse m , est en mouvement circulaire de rayon R autour de la Terre supposée à symétric sphérique (rayon moyen $R_T \approx 6\,400\text{ km}$, masse $M_T \approx 6 \times 10^{24}\text{ kg}$). On note T le centre de la Terre.

25. Quelle est, en fonction des coordonnées polaires (r, φ) du satellite, l'expression, dans le référentiel géocentrique, du vecteur moment cinétique \mathbf{L} , au point T , du satellite ? On note \mathbf{e}_z le vecteur unitaire défini par $\mathbf{e}_z = \mathbf{e}_r \times \mathbf{e}_\varphi$, où \mathbf{e}_r et \mathbf{e}_φ sont respectivement les vecteurs unitaires radial et orthoradial.

A) $\mathbf{L} = mr^2\dot{\varphi}\mathbf{e}_z$ B) $\mathbf{L} = mr\dot{\varphi}\mathbf{e}_z$ C) $\mathbf{L} = -mr^2\dot{\varphi}\mathbf{e}_z$ D) $\mathbf{L} = r^2\dot{\varphi}\mathbf{e}_z$

26. Quelle est l'énergie potentielle effective $\mathcal{E}_{p,e,f}$ du satellite ? On note L la norme de \mathbf{L} et G la constante de Newton, ou constante de gravitation universelle.

A) $\mathcal{E}_{p,e,f} = G\frac{mM_T}{r}$ C) $\mathcal{E}_{p,e,f} = -G\frac{mM_T}{r} + \frac{L^2}{2mr^2}$
 B) $\mathcal{E}_{p,e,f} = -G\frac{mM_T}{r} + \frac{L}{2mr^2}$ D) $\mathcal{E}_{p,e,f} = -G\frac{mM_T}{r} - \frac{L^2}{2mr^2}$

27. Le satellite est géostationnaire. Quelle(s) particularité(s) présente le mouvement orbital du satellite ?

- A) Le mouvement orbital du satellite est plan.
 B) Le mouvement s'effectue dans un plan contenant l'axe des pôles.
 C) Le mouvement ne présente aucune caractéristique particulière.
 D) Le mouvement s'effectue dans le plan équatorial.

28. Le satellite est en orbite basse circulaire à une altitude $h = 600\text{ km}$ autour de la Terre. Quelle est l'expression puis la valeur de la vitesse v_s du satellite au cours de son mouvement dans le référentiel géocentrique ? On donne la valeur approximative de la constante de Newton : $G \approx 7 \times 10^{-11}\text{ SI}$ (SI = Système International des unités).

A) $v_s = \left(\frac{GM_T}{R_T + h}\right)^{1/2}$ B) $v_s = \frac{GM_T}{R_T + h}$ C) $v_s \approx 8\text{ km.s}^{-1}$ D) $v_s \approx 8\,000\text{ km.s}^{-1}$

29. Quelles sont les éventuelles affirmations exactes concernant les énergies du satellite sur son orbite ?

- A) Son énergie mécanique est égale à son énergie cinétique.
 B) Son énergie mécanique est égale à l'opposée de son énergie cinétique.
 C) Son énergie mécanique est égale à $-\frac{L^2}{2m(R_T + h)^2}$.
 D) Son énergie mécanique est égale à l'opposée de son énergie potentielle de gravitation.

30. On peut transposer les résultats ci-dessus concernant un satellite en orbite circulaire, soumis à une force gravitationnelle, à un électron, soumis à la force électrostatique, en orbite circulaire autour d'un proton. Ce modèle de l'atome d'hydrogène est connu sous le nom de modèle de Bohr. Dans ce modèle, l'orbite électronique est telle que son rayon est un multiple d'une constante fondamentale a_B appelée rayon de Bohr : $r_n = n^2 a_B$, où n est un nombre entier naturel différent de zéro. En outre, le moment cinétique de l'électron par rapport au point O centré sur le proton est, lui-aussi, quantifié : $L_O = n\hbar$ où n est le même nombre entier que précédemment et $\hbar = h/(2\pi)$, h étant la constante de Planck. Comment s'écrit, dans ce modèle, l'énergie mécanique \mathcal{E}_m de l'électron ?

A) $\mathcal{E}_m = -\frac{1}{n} \frac{\hbar^2}{4m_e a_B}$ B) $\mathcal{E}_m = -\frac{1}{n^2} \frac{\hbar}{8m_e a_B^2}$ C) $\mathcal{E}_m = -\frac{1}{n^2} \frac{\hbar^2}{2m_e a_B^2}$ D) $\mathcal{E}_m = \frac{1}{n^2} \frac{\hbar^2}{m_e a_B^2}$

Partie 6 : Circuit électrique

On alimente un circuit constitué par l'association en série d'un conducteur ohmique, de résistance R , et d'un condensateur, de capacité C , par une source de tension en échelon (Fig. 3) : $u_e(t) = E$ pour $t \geq 0$ et 0 sinon. Le symbole t désigne le temps. On note i l'intensité du courant électrique délivré par le générateur.

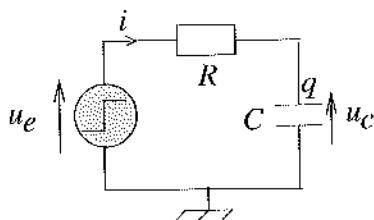


FIG. 3 Circuit RC alimenté par un échelon de tension

31. Quelle est l'équation différentielle du premier ordre qui régit l'évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur pour $t \geq 0$?

A) $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$
 B) $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = 0$
 C) $\frac{du_C}{dt} - \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$
 D) $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = E$

32. Comment s'écrit la tension $u_C(t)$ en fonction du temps, solution de l'équation précédente, si, à l'instant initial ($t = 0$), la plaque qui reçoit algébriquement le courant porte une charge $q(t = 0) = q_0 = Cu_C(0)$, où $u_C(0) = u_C(t = 0)$?

A) $u_C(t) = E \left[1 - \exp \left(-\frac{t}{RC} \right) \right]$
 B) $u_C(t) = \left(\frac{q_0}{C} + E \right) \exp \left(-\frac{t}{RC} \right)$
 C) $u_C(t) = \frac{q_0}{C} \exp \left(-\frac{t}{RC} \right) + E \left[1 - \exp \left(-\frac{t}{RC} \right) \right]$
 D) $u_C(t) = \left(\frac{q_0}{C} + E \right) \exp \left(-\frac{t}{RC} \right)$

33. Que vaut la tension u_C en régime établi (ou permanent) ?

A) $\frac{q_0}{C}$ B) 0 C) $\frac{E}{2}$ D) E

Tournez la page S.V.P.

34. Quelle est l'évolution de l'intensité $i(t)$ du courant dans le circuit ?

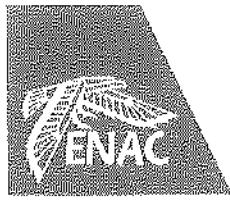
- | | |
|--|---|
| A) $i(t) = \left(\frac{E}{R} - \frac{q_0}{RC} \right) \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$ | C) $i(t) = \left(\frac{E}{R} + \frac{q_0}{RC} \right) \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \right]$ |
| B) $i(t) = \frac{E}{R} \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$ | D) $i(t) = \left(\frac{E}{R} + \frac{q_0}{RC} \right) \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$ |

35. On souhaite faire un bilan énergétique du circuit RC . Pour cela, on rappelle que, selon la convention internationale issue de la thermodynamique, les échanges d'énergie sont algébriques : pour un système, une quantité d'énergie qui est effectivement reçue est comptée positivement alors qu'une quantité d'énergie effectivement perdue est comptée négativement. Quelle est, à l'issue du régime transitoire, l'expression de l'énergie électrique \mathcal{E}_e reçue algébriquement par le circuit RC série de la part de la source de tension ?

- | | | | |
|----------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|---------------------------------------|
| A) $\mathcal{E}_e = CE^2 - q_0E$ | B) $\mathcal{E}_e = \frac{CE^2}{2}$ | C) $\mathcal{E}_e = CE^2 + q_0E$ | D) $\mathcal{E}_e = \frac{q_0^2}{2C}$ |
|----------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|---------------------------------------|

36. Donner, à l'issue du régime transitoire, l'expression de l'énergie \mathcal{E}_C reçue par le condensateur de la part de la source de tension et celle de l'énergie \mathcal{E}_R reçue par le résistor de la part de la source de tension.

- | | |
|--|--|
| A) $\mathcal{E}_C = \frac{CE^2}{2} - \frac{q_0^2}{2C}$ | C) $\mathcal{E}_R = -q_0E + \frac{q_0^2}{2C} + \frac{CE^2}{2}$ |
| B) $\mathcal{E}_C = CE^2 + \frac{q_0^2}{2C}$ | D) $\mathcal{E}_R = q_0E + \frac{q_0^2}{C} + CE^2$ |
-



ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

J. 19 1232

SESSION 2019

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ÉLÈVES PILOTE DE LIGNE

ÉPREUVE D'ANGLAIS

**Durée : 2 Heures
Coefficient : 1**

Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde (recto),
- 1 page de consignes (recto),
- 8 pages de texte (recto-verso) numérotées de 1 à 8.

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

ÉPREUVE OBLIGATOIRE D'ANGLAIS***A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT***

L'épreuve obligatoire d'Anglais de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé informatiquement.

- 1) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un stylo à encre foncée : bleue ou noire à bille ou feutre. Vous devez **cocher ou noircir** complètement la case en vue de la lecture informatisée de votre QCM.
- 2) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 3) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté informatiquement et de ne pas être corrigé.
- 4) Si vous voulez corriger votre réponse, n'utilisez pas de correcteur mais indiquez la nouvelle réponse sur la ligne de repentir.
- 5) Le sujet comporte 80 questions. Vous devez donc porter vos réponses sur les lignes numérotées de 1 à 80. Veillez à bien porter vos réponses sur la ligne correspondant au numéro de la question.
- 6) Dans cette épreuve, chaque question ne comporte qu'une seule bonne réponse ; ne noircissez donc jamais 2 cases, il vous serait attribué automatiquement zéro pour cette question.

Les extraits ci-dessous abordent des thèmes divers tirés de l'actualité. Pour chaque phrase numérotée, vous devez choisir le mot ou l'expression correcte et noircir la case correspondante sur la feuille de réponses.

Modernist masterpiece which transforms into cosy winter den, named House of The Year

A 'smarthome' which morphs with the changing seasons from a modern glass-roofed masterpiece into a cosy den as the nights (1) _____, has been named House of the Year by the Royal Institute of British Architects.

Its designer, the architect Richard Murphy OBE, spent more than 10 years (2) _____ his dream home, which can transform into an energy-efficient retreat during the dark Scottish winter or an airy, bright greenhouse in the summer months.

"Most modern homes are very good at summer, with lots of glass and open plan, but let's (3) _____ it, in Edinburgh it gets dark at 3.30pm and that changes people psychologically, so in the winter you want something that (4) _____ respond to the changing seasons.

The house was built in an awkward plot at the end of a conservative sandstone terrace in New Town, Edinburgh, an area which is a UNESCO world heritage site and generally considered to be an example of the best town (5) _____ in the world.

Despite sitting on a plot of just 11 metres by 6, the four-storey house includes three bedrooms, three shower rooms, a split-level living, dining and kitchen area, subterranean library, garage, (6) _____ room and roof terrace.

The south-facing pitched roof is (7) _____ with glass solar panels and underneath are two giant mechanised hinged insulated shutters, one in the living room and one in the master bedroom to let in, or shut out the light.

Rainwater is also channeled from the roof to storage tanks in the basement which (8) _____ toilet and sprinkler systems.

House of the Year judge, Philip Thorn said, "although a small property, it was deceptively large inside due to the clever use of (9) _____. Every room contained a surprise and the attention to detail was exceptional. The roof terrace was a real oasis of calm and I loved the long list of environmentally friendly touches. A true pleasure to visit and I (10) _____ imagine a lot of fun to live in."

- | | | | | | |
|-----|----------------|-------------|-------------|-------------------|---------------|
| 1) | A) see in | B) shut in | C) close in | D) come in | E) trail in |
| 2) | A) to create | B) creating | C) create | D) having created | E) creates |
| 3) | A) see | B) watch | C) head | D) remark | E) face |
| 4) | A) will | B) has | C) be | D) will have | E) could have |
| 5) | A) arrangement | B) planning | C) sighting | D) vision | E) seeing |
| 6) | A) useful | B) utility | C) useless | D) unified | E) united |
| 7) | A) fitted | B) dressed | C) sized | D) clothed | E) tailored |
| 8) | A) strain | B) nourish | C) cater | D) cook | E) feed |
| 9) | A) plot | B) spot | C) room | D) place | E) space |
| 10) | A) would | B) shall | C) will | D) have | E) did |

Visit sauna regularly to stave off dementia, 20 year study suggests

Visiting the sauna regularly could reduce the risk of dementia, a new study has found.

Scientists at the University of East Finland followed more than 2,000 middle-aged men for 20 years to find out what factors influenced cognitive problems in (11) _____ life.

They found that those who used the sauna between four and seven times a week were 66 per cent less (12) _____ to be diagnosed with dementia, during the study period compared with those taking a sauna just once a week or less.

It is the first time that anyone (13) _____ a link between sauna use and dementia although previous studies have shown that regular use reduces the risk of dying from all causes and seems to improve heart health.

"It is known that cardiovascular health affects the brain (14) _____," he said. "The sense of well-being and relaxation experience during sauna-bathing may also play a role."

Dementia charities said saunas might work by reducing blood pressure and improving circulation.

Dr Clare Walton, Research Manager at the Alzheimer's Society said: "With dementia now the biggest killer (15) _____ England and Wales, finding ways to reduce the risk of developing the condition is a top priority. Saunas are thought to improve circulation and reduce blood pressure, both (16) _____ could go some way to reducing your risk of getting dementia. Currently the best evidence to reduce the risk of dementia is to exercise regularly, eat a healthy, balanced diet and avoid (17) _____."

Dr Rosa Sancho, Head of Research at Alzheimer's Research UK, added: "Although sauna bathing isn't a common hobby for men in the UK, this study suggests men who use saunas several times a week may also have a (18) _____ dementia risk. As this study does not look at other groups of people (19) _____ women or people who do not use saunas, we don't know how this risk compares to the general population and or what might be behind it."

"These kinds of studies can't unpick cause and effect, but they are important for highlighting trends in how lifestyle (20) _____ may influence our risk of dementia."

- | | | | | | |
|-----|-------------|--------------|--------------|----------------|----------------|
| 11) | A) least | B) latest | C) late | D) last | E) later |
| 12) | A) possible | B) likely | C) seemingly | D) possibility | E) chance |
| 13) | A) did find | B) will find | C) found | D) to find | E) has found |
| 14) | A) as when | B) as also | C) as well | D) as not | E) as so |
| 15) | A) across | B) over | C) through | D) overall | E) thorough |
| 16) | A) which | B) of which | C) who | D) whom | E) of whom |
| 17) | A) to smoke | B) smoke | C) smoked | D) smoking | E) have smoked |
| 18) | A) lower | B) raised | C) higher | D) increased | E) least |
| 19) | A) so | B) so as | C) such as | D) such | E) as such |
| 20) | A) factors | B) elements | C) ways | D) styles | E) shows |

Will 2019 be the year we take drug-resistant superbugs seriously?

"I cross my fingers all the time that some epidemic like a big flu doesn't come (21) _____ in the next 10 years," John Gates, superbug specialist, told a special edition of Radio 4's Today programme.

"I do think we will have much better medical tools, much better response, but we are a bit vulnerable right now if something (22) _____ very quickly like a flu that was quite fatal, that would be a tragedy and new approaches should (23) _____ to reduce that risk a lot."

Gates said it was (24) _____ for wealthier countries to step in to help the developing world fight disease, both for humanitarian reasons and for their own health security.

Although mistakes were made, criticism of the World Health Organisation (WHO) during the Ebola crisis in West Africa was unfair, he said, because it was not (25) _____ to do all the things that observers wanted it to do.

International cooperation (26) _____ to the eradication of smallpox, and was on the verge of eradicating polio, he added.

"The cooperation that we have seen, I think, needs to intensify," Gates said. "It's the only way that global problems like epidemics will get solved. So, for all the people who are negative on WHO, the message is not that that kind of multilateral cooperative effort is doomed and the money is not well spent, (27) _____ that we actually need to broaden their capacity. We actually need to dedicate ourselves to this global cooperation."

In September the UN secretary general, Ban Ki-moon, warned that antimicrobial resistance was a "fundamental threat" to global health that risked making high quality universal healthcare impossible.

It is estimated that more than 700,000 people die each year from drug-resistant infections, (28) _____ it could be much higher because there is no global system to monitor the figures. There have also been difficulties in tracking death tolls even in places where they are monitored, such as the US, where tens of thousands of deaths have not been attributed to superbugs, according to a Reuter's investigation.

The European Centre for Disease Prevention and Control reported in November that illnesses resistant to (29) _____ last-line antibiotics, drugs kept in reserve for use against pathogens that have proved resistant to all other antibiotics, were on the rise in the continent.

(30) _____ these anti-biotics, some infectious diseases could become untreatable and some forms of major surgery would again become perilous.

- | | | | | | |
|-----|-----------------|-----------------|----------------|----------------|---------------|
| 21) | A) over | B) through | C) circle | D) along | E) behind |
| 22) | A) walked | B) crawled | C) spread | D) turned | E) climbed |
| 23) | A) permit to us | B) present us | C) allow us | D) allow to us | E) help to us |
| 24) | A) crucial | B) critic | C) essentially | D) necessarily | E) hopeful |
| 25) | A) ground | B) funded | C) found | D) find | E) grounded |
| 26) | A) had led | B) to lead | C) leads | D) will lead | E) leading |
| 27) | A) rather | B) moreover | C) despite | D) however | E) whatever |
| 28) | A) after | B) nevertheless | C) even | D) always | E) though |
| 29) | A) titled | B) so-called | C) named | D) headed | E) called |
| 30) | A) While | B) Without | C) Wherever | D) Wanted | E) Wishful |

On the hunt for illegal miners as a new gold rush hits New Zealand

The former British Army colonel, Jackie Adam has a unique job, he hunts for illegal gold miners, an increasingly large number of whom work the ground at night.

It is a job this burly Irishmen who served in Bosnia during the war never (31) _____ he'd be doing, especially alone in the remote 'wild west' of the south island, where the summer season of illegal gold-mining is just beginning to heat up.

With the price of gold recently (32) _____ nearly NZ\$1800 (£1000) an ounce, Adams has been brought in by New Zealand Petroleum and Minerals to investigate the black market trade; mostly conducted by opportunists who (33) _____ onto private farm land and national parks without permits to pan for gold.

The modern-day gold rush is particularly evident on the coast, with the region's mining history and crumpling traditional employment paths attracting prospectors from around the country and the world. Using diggers, metal detectors and even the humble (34) _____ and pan, these hopeful amateurs are willing to (35) _____ through frigid west coast creeks in the middle of the night once awash with gold, swept down from the Southern Alps and still concealing hundreds of millions of dollars' worth of the precious metal.

"A lot of people have jumped on the bandwagon, there are probably thousands mining illegally in New Zealand, and a few hundred making a full-time living off it. We're in the (36) _____ of a modern day gold rush, not just in New Zealand, but (37) _____.

The original West Coast Gold Rush (38) _____ off in the 1860s, and the settlements of Hokitika and Ross (39) _____ up around it. At the height of the rush, Hokitika had 72 hotels and few women; those were the days when the 'Wild West Coast' earned its reputation as a lawless region; catnip for adventurous pioneers and eccentrics. Like today, the original miners were secretive about their claims, often laying false trails and misinformation to lure their competitors away from prosperous sites.

More than a century later, Hokitika is still home to number of (40) _____ gold shops and necessary tools are available to rent and buy at several places in town.

- | | | | | | |
|-----|-------------|-----------------|--------------|-----------------|----------------|
| 31) | A) imagine | B) did imagined | C) imagined | D) not imagined | E) had imagine |
| 32) | A) fetching | B) carrying | C) hauling | D) pulling | E) trying |
| 33) | A) slid | B) slosh | C) sneak | D) duck | E) dive |
| 34) | A) pliers | B) shovel | C) hammer | D) nail | E) screwdriver |
| 35) | A) stroll | B) strike | C) wallow | D) sail | E) wade |
| 36) | A) midst | B) high | C) hollow | D) offload | E) trial |
| 37) | A) wildly | B) whereas | C) elsewhere | D) worldly | E) worldwide |
| 38) | A) start | B) stop | C) handed | D) headed | E) kicked |
| 39) | A) sprung | B) jumped | C) leaped | D) hopped | E) skipped |
| 40) | A) hoping | B) growing | C) starving | D) thriving | E) wishing |

KFC China is using facial recognition tech to serve customers

Walking into the KFC restaurant in Beijing's financial district, you'd be forgiven for thinking it was a fried chicken outlet like any other. It's only if you (41) _____ right to the back corner of the shop that you realise you're actually in China's first smart restaurant.

KFC has teamed up with Baidu, the search engine company often referred to as "China's Google", to develop facial-recognition technology that can be used to predict customers' orders.

Explaining the idea, a spokesperson for KFC said: "The artificial intelligence-enabled system can recommend menu items based on a customer's estimated age and mood." A press (42) _____ from Baidu added that "a male customer in his early 20s" would be offered "a set meal of crispy chicken hamburger, roasted chicken wings and coke", (43) _____ a female customer in her 50s" would get a recommendation of "porridge and soybean milk for breakfast".

Despite being billed as artificial intelligence, the technology is more (44) _____ convenience and publicity at this stage-of development. "The digitalisation of the restaurant will also help to provide faster and easier services," said Zhao Li, general manager of Beijing KFC.

Customers, however, seem less convinced. "It's very interesting, but most people will choose the more familiar way," said Dione Xiong, a 21-year-old KFC (45) _____. She's right, as the lunchtime (46) _____ pours in, not one person gives the machine a second or even first glance, preferring instead to wait longer in line and order from the human attendants.

KFC and Baidu hope that they will be able to know what customers will want in future. KFC has said it wants to provide "a personalised ordering experience" by "recalling repeat customers and their orders". However, when I go back a few days later to (47) _____ the machine again, though it reads the same characteristics from my face, it doesn't remember my preferences. Instead, it offers me a variety of breakfast items, apparently (48) _____ my recommendations to the time of day rather than to the customer. At the breakfast rush, the machine is no busier than at lunch, most customers again preferring to order at the counter.

Of course, the prospect of a company storing data about customers' faces and fried-chicken preferences raises the (49) _____ present trade-off between convenience and privacy. One woman tells me she wouldn't use the machine for that reason, but most customers are nonplussed. "In China, you don't have any privacy (50) _____," said Li.

- | | | | | |
|-----------------|--------------|--------------|---------------|----------------|
| 41) A) head | B) leg | C) arm | D) toe | E) face |
| 42) A) iron | B) title | C) paper | D) release | E) frame |
| 43) A) to | B) after | C) never | D) while | E) often |
| 44) A) about | B) through | C) to | D) with | E) of |
| 45) A) regular | B) patient | C) persona | D) character | E) personality |
| 46) A) persons | B) people | C) clients | D) population | E) throng |
| 47) A) hold up | B) pick up | C) stand up | D) try out | E) carry out |
| 48) A) dressing | B) clothing | C) tailoring | D) dressing | E) sewing |
| 49) A) still | B) always | C) ever | D) frequent | E) occasional |
| 50) A) even | B) which way | C) sometimes | D) all | E) anyway |

Could online tutors and artificial intelligence be the future of teaching?

Ambar presses her hand to her forehead, nose crinkled in concentration as she considers the question on her screen: how many sevens in 91? The ten-year-old has been grappling (51) _____ it for about a minute when she smiles: "13!"

Her tutor responds by posting a large smiley cat picture on her screen, the virtual equivalent of a (52) _____ on the back. He is sitting on the other side of the world in an online tutoring centre in India.

Ambar, who attends Pakeman primary school in north London, is one of nearly 4,000 primary school children in Britain signed up for weekly one-to-one maths sessions with tutors based in India and Sri Lanka. The lessons, provided by a company called "Third Space Learning", are (53) _____ at pupils struggling with maths, particularly those from disadvantaged backgrounds. From next year, the platform will become one of the first examples of artificial intelligence, AI, software being used to monitor, and ideally improve, teaching.

Tom Hooper, the company's CEO, said: "We're (54) _____ to optimise lessons based on the knowledge we gain. We've recorded every lesson that we've ever done. By using the data, we've been trying to introduce AI to augment the teaching". Initially, the company's 300 tutors will receive real-time, automated interventions from the teaching software when it detects that a lesson may be (55) _____ off-course.

Pupils on the programme have a 45-minute session with the same tutor each week. They communicate (56) _____ a headset and a shared "whiteboard". The lessons at Pakeman school are tailored to the individual, including visual rewards linked to the child's interests.

In addition to the (57) _____ audio data, each lesson has various success metrics attached: how many problems completed, how useful the pupil found the session, how the tutor rated it. Using machine learning algorithms to sift through the dataset, the UCL team has started to look for patterns.

An early analysis found, perhaps unsurprisingly, that when tutors speak too quickly, the pupil is more likely (58) _____ interest. Leaving sufficient time for the child to respond or pose their own questions was also found to be a factor in the lesson's success, according to Hooper. These observations are likely to form the basis of the initial prompts that the tutors will receive, probably in the form of messages (59) _____ up on their screen.

As the technology evolves, the interventions could become more sophisticated and the software might play a more active role in teaching, raising questions about the extent to (60) _____ intelligent software could replace human teachers.

- | | | | | | |
|-----|--------------|--------------|-------------|-------------|--------------|
| 51) | A) to | B) by | C) in | D) of | E) with |
| 52) | A) hit | B) shut | C) tip | D) pat | E) shake |
| 53) | A) targeted | B) trained | C) sold | D) ask | E) sent |
| 54) | A) looking | B) peeping | C) glancing | D) gleaning | E) staring |
| 55) | A) featuring | B) veering | C) riding | D) hitting | E) jumping |
| 56) | A) over | B) in | C) out | D) up | E) of |
| 57) | A) stale | B) old | C) cooked | D) raw | E) tasty |
| 58) | A) had lost | B) have lost | C) to lose | D) lost | E) losing |
| 59) | A) keying | B) flashing | C) staring | D) lighting | E) sparkling |
| 60) | A) where | B) when | C) why | D) how | E) which |

United Airlines defends gate decision to bar girls wearing leggings from flight

United Airlines on Sunday defended a gate agent's decision to (61) _____ two young girls from a flight because they were wearing leggings, a decision that drew a wave of high-profile criticism and customer threats to end business (62) _____ the airline.

The incident (63) _____ at Denver international airport and was reported by Shannon Watts, the founder of the gun safety group Moms Demand Action, on Twitter. Watts said she saw two girls stopped from boarding a flight to Minneapolis by a gate agent. "She's forcing them to change or put dresses on over leggings or they can't board," Watts wrote. "Since when does United police women's clothing?"

According to Watts, the gate agent then said "she doesn't make the rules, just follows them". Watts said "a 10-year-old girl in grey leggings" who "looked normal and appropriate" was forced to change her (64) _____ before boarding.

United did not immediately respond to a phone call or email with questions. The airline's Twitter account, however, responded directly to Watts, saying: "The passengers this morning were United pass riders who were not in (65) _____ with our dress code policy for company benefit travel. In our contract of carriage, Rule 21, we do have the right to refuse transport for passengers. This is left to the (66) _____ of the gate agents."

The passengers were "pass riders", the company said, defining such fliers as "United employees or eligible dependents" who fly when possible as a "company benefit". "There is a dress code for pass travelers as they are representing UA when they fly," United wrote. "(67) _____ attire is allowed as long as it looks neat and is in good taste for the local environment." The company's passenger contract says that it can ban people who are "(68) _____ or not properly clothed". It does not elaborate on that description.

Watts said that the company's behavior was "sexist and sexualizes young girls. Not to (69) _____ that the families were mortified and inconvenienced". She added: "Their father, who was allowed to board with no issue, was wearing shorts."

"Our (70) _____ passengers are not going to be denied boarding because they are wearing leggings or yoga pants," Guerin said. "But when flying as a pass traveler, we require pass travelers to follow rules, and that is one of those rules."

- | | | | | |
|------------------|---------------|--------------|----------------|---------------|
| 61) A) draw | B) sanction | C) pub | D) push | E) bar |
| 62) A) to | B) with | C) out | D) of | E) in |
| 63) A) put out | B) took place | C) picked up | D) started out | E) stood off |
| 64) A) mask | B) look | C) kit | D) material | E) clothing |
| 65) A) focus | B) awe | C) tune | D) compliance | E) line-up |
| 66) A) field | B) discretion | C) idea | D) notion | E) secrecy |
| 67) A) Casual | B) Scruffy | C) Idle | D) Lazy | E) Easy |
| 68) A) legless | B) barefoot | C) footloose | D) feet | E) bottomless |
| 69) A) notice | B) sing | C) mention | D) talk | E) recount |
| 70) A) everytime | B) persistent | C) regular | D) unusual | E) constant |

New Zealand anger as pristine lakes tapped for bottled water market

A plan to extract millions of litres of water out of a UNESCO world heritage site, send it by pipe to the coast and (71) _____ it to foreign markets for bottling has ignited a campaign over water resources in New Zealand.

An export company is proposing to collect 800m litres a month of the "untapped" glacial waters of Lake Greaney and Lake Minim Mere, mountainous dams that are fed by (72) _____ on the Southern Alps.

The pristine water, which the company Alpine Pure calls "untouched by man" would be pumped 20km downhill through an underground pipeline to a reservoir at Jackson Bay on the West Coast, where it (73) _____ processed. From there, it would travel through a two-kilometer pipeline laid on the seafloor to a mooring where 100,000-tonne tanker ships would be waiting to transport it in bulk to overseas markets in China, India and the Middle East.

The company already has permission to extract the water and is going through the process of getting resource consent from the Westland District Council for the pipeline.

Green groups are calling on the government to urgently (74) _____ and protect the nation's freshwater springs and lakes, although Alpine Pure claims it is only taking a fraction of the water that falls as rain on the Southern Alps.

"Pristine water has been falling on the Southern Alps for (75) _____ years, and it would usually be wasted by flowing directly out to sea. The amount we want to take is very small." But the plan has angered environmentalists who warn New Zealand is giving away its most precious natural resource for free, at a time when domestic water supplies are increasingly subject to contamination (76) _____. Two weeks ago a petition signed by 15,000 people was delivered to parliament calling for an immediate halt to bottled water exports.

It comes (77) _____ growing anger that multinational companies such as Coca-Cola are drawing millions of litres of water from ancient underground aquifers for next to nothing.

The company, which has an annual revenue of over \$60bn, last year paid NZ\$40,000 to the local council for the right to extract (78) _____ 200 cubic metres of water a day.

Although Blue Spring is the major supplier of New Zealand's bottled water industry, companies are now looking to more remote parts of New Zealand to access untainted water supplies, (79) _____ the push to access glacial water from Lake Greaney and Lake Minim Mere on the (80) _____ of the Mount Aspiring National Park.

- | | | | | |
|-----------------|-------------|--------------|---------------|---------------|
| 71) A) water | B) ship | C) boat | D) sail | E) row |
| 72) A) rainfall | B) raining | C) pouring | D) leakage | E) spillage |
| 73) A) to be | B) be | C) will be | D) would | E) will |
| 74) A) slip up | B) tread on | C) step over | D) call in | E) step in |
| 75) A) millions | B) million | C) a million | D) million of | E) a millions |
| 76) A) fear | B) scares | C) scary | D) afraid | E) fearful |
| 77) A) below | B) amid | C) around | D) over | E) above |
| 78) A) to | B) up | C) up at | D) up to | E) at up |
| 79) A) chickens | B) chicks | C) ducks | D) hens | E) hence |
| 80) A) stage | B) wedge | C) ledge | D) edge | E) bridge |