



ANNALES

Concours EPL 2017

**CONCOURS DE RECRUTEMENT
D'ÉLÈVES PILOTE DE LIGNE**

ÉPREUVE D'ANGLAIS

**Durée : 2 Heures
Coefficient : 1**

Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde (recto),
- 2 pages (recto-verso) d'instructions pour remplir le QCM,
- 8 pages de texte (recto-verso) numérotées de 1 à 8.

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

ÉPREUVE OBLIGATOIRE D'ANGLAIS

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve obligatoire d'Anglais de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

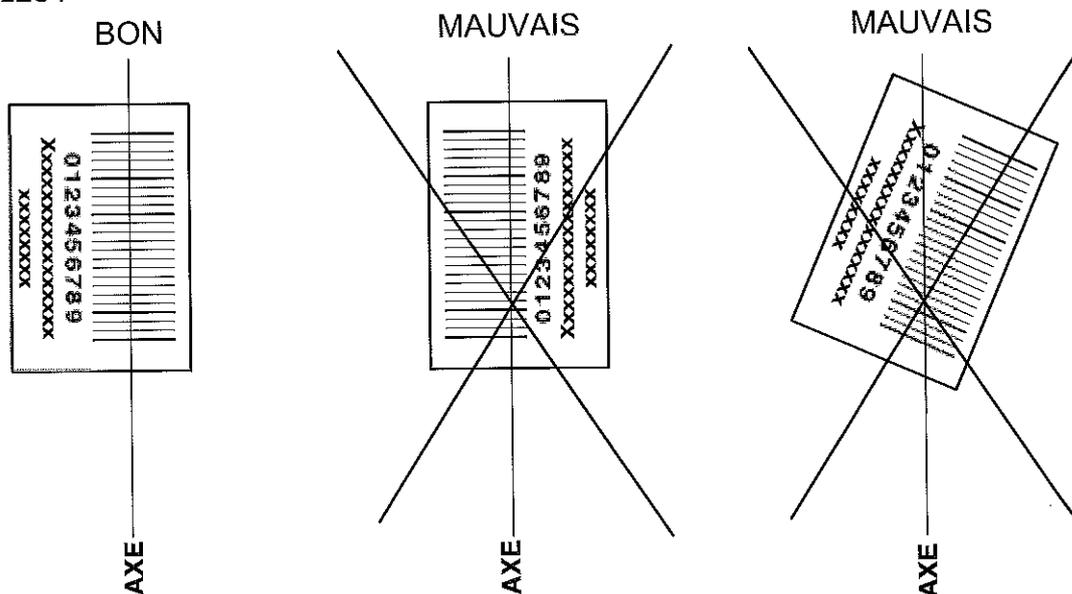
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez, c'est-à-dire épreuve d'anglais (voir modèle ci-dessous).

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci **en position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE et ATTENTION vous devez noircir complètement la case en vue de la bonne lecture optique de votre QCM.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

Tournez la page S.V.P.

- 5) Le sujet comporte 80 questions. Vous devez donc porter vos réponses sur les lignes numérotées de 1 à 80. **N'utilisez en aucun cas les lignes numérotées de 81 à 100.** Veillez à bien porter vos réponses sur la ligne correspondant au numéro de la question.

Dans cette épreuve, **chaque question ne comporte qu'une seule bonne réponse** ; ne noircissez donc jamais 2 cases, il vous serait attribué automatiquement zéro pour cette question.

Les extraits ci-dessous abordent des thèmes divers tirés de l'actualité. Pour chaque phrase numérotée, vous devez choisir le mot ou l'expression correcte et noircir la case correspondante sur la feuille de réponses.

A 20-foot section of the Berlin Wall will return to Manhattan this Summer

A generation ago, in Berlin, citizens (1) _____ the wall with sledgehammers. Today, in a New Jersey warehouse, conservators are reattaching flakes of paint to the wall with daubs of adhesive, so tiny they must be applied by syringe.

It is the strange fate of this 20-foot section of the Berlin Wall, which once separated West from East along the line of Waldemarstrasse, that it (2) _____ now be found resting horizontally on timber-frame supports, under nearly surgical care.

(3) _____ in a vast storeroom, the grotesque faces painted on the wall in the 1980s by the artists Thierry Noir and Kiddy Citny still alarm a viewer with their anger. The graffiti, of course, was only on its western side. No one but security guards could get (4) _____ near the wall in East Berlin, not across a "death strip" that was fenced, mined, trenched, patrolled by attack dogs and watched from sentry towers.

In 1990, a year after the wall (5) _____ the section from Waldemarstrasse was (6) _____ display in Manhattan, in the plaza behind 520 Madison Avenue at 53rd Street. The enormous artifact — all 33,000 pounds of it — had been bought by Jerry I. Speyer, (7) _____ of the Tishman Speyer real estate which owns the building.

Then, last September, without notice, it (8) _____. At first, Tishman Speyer said nothing publicly about what had happened. But last week, the company allowed a photographer (9) _____ the wall as it neared the completion of a painstaking conservation job.

"Unfortunately, it wasn't as durable as we thought, and it really required a considerable conservation effort," Mr. Speyer said.

The wall (10) _____ to return to 520 Madison Avenue by midsummer. This time it will stand in the lobby, where it will be on public view, Mr. Speyer said.

- | | | | | |
|---------------------|-----------------|----------------|--------------------|---------------------|
| 1) A) have attacked | B) had attacked | C) will attack | D) attacked | E) would attacked |
| 2) A) must | B) is | C) has | D) had | E) should |
| 3) A) Whilst | B) Whether | C) Even | D) Ever | E) Always |
| 4) A) somehow | B) some place | C) somewhere | D) anywhere | E) anyhow |
| 5) A) fell | B) felt | C) fled | D) flew | E) flown |
| 6) A) put on | B) put up | C) put back | D) put forward | E) put aside |
| 7) A) principal | B) chef | C) foreman | D) chairman | E) master |
| 8) A) has disappear | B) disappeared | C) disappear | D) had disappeared | E) have disappeared |
| 9) A) seeing | B) to see | C) looking | D) to look | E) to watch |
| 10) A) is | B) will | C) must | D) should | E) might |

Demand for rubber threatens forests

Tropical forests are being cleared for rubber plantations, putting endangered birds, bats and primates at risk say UK researchers.

By 2024, up to 8.5 million hectares of new rubber plantations will be needed to (11) _____ demand, they report in Conservation Letters.

Species such as the endangered white-shouldered ibis, yellow-cheeked crested gibbon and clouded leopard could (12) _____ precious habitat, said the team led by Eleanor Warren-Thomas. There's a lot we can do as scientists and the public to make rubber production (13) _____ wildlife-friendly:

"The tyre industry consumes 70% of all natural rubber grown, and (14) _____ demand for vehicle and aeroplane tyres is behind the recent expansion of plantations. But the impact of this is a loss of tropical biodiversity," she said.

Eight-point-five (15) _____ hectares is about the size of the land area of Austria. Rubber is the most rapidly expanding tree crop within mainland Southeast Asia.

Concern has been (16) _____ among conservationists that switching land use to rubber cultivation can harm soil, water and biodiversity.

Another study found that numbers of bird, bat and beetle species can decline (17) _____ up to 75% in forests that have been converted to rubber. The researchers, from UEA and the University of Sheffield, are calling (18) _____ tyre manufacturers to support initiatives such as certification schemes.

Commenting on the study, Dr Matthew Struebige of the University of Kent, UK, said certification standards (19) _____ the rubber industry were key to protecting forests:

"There's a lot we can do as scientists and the public to make rubber production more wildlife-friendly," he said. "It can range from agro-forestry - mixing rubber with other trees - to retaining patches of natural vegetation along rivers or in small conservation set-asides, as is done in organic farming in Europe. The onus is on the rubber industry to develop a certification standard that is credible, for the public to support that, and for scientists to help develop ways to manage the rubber crop in an environmentally (20) _____ way."

- | | | | | | |
|-----|-------------|-------------|----------------|---------------|--------------|
| 11) | A) rely | B) see | C) reply | D) comply | E) meet |
| 12) | A) loose | B) loosen | C) lose | D) have lost | E) lost |
| 13) | A) more | B) such | C) so | D) much | E) many |
| 14) | A) height | B) rose | C) risen | D) hiring | E) rising |
| 15) | A) millions | B) million | C) millions of | D) million of | E) a million |
| 16) | A) growing | B) creasing | C) cracking | D) climbing | E) winding |
| 17) | A) with | B) to | C) as | D) by | E) over |
| 18) | A) up | B) to | C) at | D) on | E) out |
| 19) | A) to | B) for | C) of | D) with | E) off |
| 20) | A) friendly | B) goodly | C) like | D) nice | E) chummy |

Google reveals computer on a stick

Google has announced new Chrome-powered computers, which are (21) _____ to target budget-conscious consumers and schools.

"This is a booming sector of the (22) _____ at the moment," commented Chris Green, a tech analyst at the Davies Murphy Group consultancy.

"With the falling cost of hardware, schools (23) _____ to families to equip kids with their own computers - the idea of BYOD [bring your own device to class].

"This has prompted manufacturers to create low-cost entry-level (24) _____ that parents then buy for their children as well as themselves."

Google has pledged not to (25) _____ ads to children that use the education-related software it provides for its Chrome platform. But one expert said the company still hoped to financially benefit in the long-term.

"The key goal here for both Google and Microsoft is to put their brand and services (26) _____ there in front of kids to (27) _____ loyalty at a very early age," said Ronan de Renesse, a consumer technology expert at the Ovum consultancy.

"It's also a good way to see whether or (28) _____ to extend these types of devices to emerging markets, where they could be used outside education by people with very low (29) _____ incomes."

"We hope to make these (30) _____ available in the future, however we have nothing more to announce at this time," said a spokeswoman.

- | | | | | | |
|-----|----------------|----------------|---------------|----------------|----------------|
| 21) | A) jet | B) net | C) let | D) bet | E) set |
| 22) | A) stall | B) market | C) shop | D) store | E) supermarket |
| 23) | A) are looking | B) to look | C) looks | D) looked | E) will look |
| 24) | A) outlooks | B) laptops | C) desks | D) wires | E) plugs |
| 25) | A) display | B) demonstrate | C) manifest | D) cover | E) show off |
| 26) | A) on | B) over | C) up | D) below | E) out |
| 27) | A) construe | B) construct | C) build | D) make | E) do |
| 28) | A) yes | B) so | C) not | D) if | E) how |
| 29) | A) throwaway | B) disposable | C) recyclable | D) renewable | E) available |
| 30) | A) widely | B) narrowly | C) strangely | D) notoriously | E) lowly |

Why everyone may soon have a personal air vehicle

We are going to have personal air vehicles that are both cars and planes; at least that's Missy Cummings's vision of the future. It's basically the intersection of a drone with a robotic car, so that your plane is also your car, but the big leap in technology is that you are actually driving (31) _____.

Drones have a negative bias in the media, says Cummings, because they are (32) _____ seen as spy cameras. But most people don't realise that when they are on a plane they are effectively travelling on a drone. The fly-by-wire technology that exists on all Airbus and many Boeing craft is the exact same technology that exists on drones.

The reason why drones are an answer for the future is that the truth is we are terrible drivers. Humans (33) _____ have a half-second lag in almost any quick response that they need to have, for example a ball rolling out in a street. Even a half-second delay (34) _____ mean the difference between life and death, and computers and automated systems don't have that – they have microseconds.

So, our transportation network of the future, (35) _____ on the ground and in the air, will actually be (36) _____ when we turn it over to computers.

There really aren't any technological (37) _____ to this idea, says Cummings. The biggest problems we have are psychological and cultural, (38) _____ giving up the car. But no new technology needs to be developed to have your own personal flying car. What we have to do is improve production and reduce manufacturing costs, and what that means is that we need more robots. So this is almost a self-circular process, where we need robots to build robots to make them (39) _____.

So, when we look at globalising this concept of personal air vehicles, it means we will see the quality of life improve dramatically for everyone (40) _____ the world.

- | | | | | | |
|-----|---------------|-----------------|----------------|----------------|---------------|
| 31) | A) either | B) other | C) neither | D) lesser | E) truer |
| 32) | A) remotely | B) sufficiently | C) importantly | D) essentially | E) awkwardly |
| 33) | A) inherently | B) in-built | C) inhouse | D) inability | E) indelibly |
| 34) | A) should | B) won't | C) would | D) will | E) can |
| 35) | A) both | B) two | C) as | D) like | E) such |
| 36) | A) safety | B) sure | C) safer | D) security | E) secure |
| 37) | A) hurdles | B) jumps | C) laps | D) springs | E) plunges |
| 38) | A) on account | B) at any rate | C) as far as | D) in terms of | E) by the way |
| 39) | A) cleaner | B) handier | C) cosier | D) happier | E) cheaper |
| 40) | A) around | B) through | C) direct | D) out | E) beyond |

Highest stone circle in southern England found on Dartmoor

The highest stone circle in southern England (41) _____ has been found on a weather-battered slice of moorland in Devon.

Situated 525 metres (1,722ft) (42) _____ sea level, the ancient site is the first stone circle to be found on Dartmoor for more than a century.

The circle is the second largest on the moor and archaeologists believe it was probably part of a "sacred arc" of circles around the north-eastern edge.

Its discovery (43) _____ weight to the theory that there was some kind of planning and liaison between the communities living on Dartmoor in the late Neolithic/early Bronze Age 4,000 to 5,000 years ago.

Many stone circles were prodded and probed in Victorian (44) _____ and before, so the opportunity to use modern scientific methods on a previously unexamined one is particularly exciting.

Archaeologists say the stone circle provides an exciting opportunity to (45) _____ modern scientific methods to a previously unexamined circle.

Jane Marchand, senior archaeologist at Dartmoor national park, said: "The discovery is providing an opportunity for investigation using the very latest archaeological scientific methods to provide long-awaited (46) _____ into the chronology, construction and the purpose of these most elusive and iconic of Dartmoor's prehistoric monuments."

With a diameter of 34 metres (112ft), the circle (47) _____ of 30 recumbent stones, plus one more lying in a gap just outside the circle and now incorporated into an unfinished enclosure wall.

The stones are of a fairly uniform size, suggesting they were carefully chosen. Packing stones visible around the bases of some of these indicate that they were originally (48) _____.

Marchand added: "Some preliminary radio carbon dating has already taken place on soil samples taken from directly (49) _____ two of the stones. These are the first radiocarbon determinations from a Dartmoor stone circle. The dates have produced very similar results and calibrate to the end of the third millennium BC (4,000 years ago). This indicates the date (50) _____ which the stones had fallen."

- | | | | | | |
|-----|-------------------|-------------|--------------|---------------|----------------|
| 41) | A) has been found | B) found | C) has found | D) founded | E) was founded |
| 42) | A) beyond | B) over | C) up | D) top | E) above |
| 43) | A) multiplies | B) adds | C) subtracts | D) divides | E) calculates |
| 44) | A) moments | B) times | C) era | D) century | E) period |
| 45) | A) try | B) use | C) apply | D) experiment | E) fix |
| 46) | A) visions | B) views | C) insights | D) sights | E) visuals |
| 47) | A) rounds | B) includes | C) comprise | D) consists | E) builds |
| 48) | A) uptight | B) upright | C) upstart | D) upset | E) upfront |
| 49) | A) beams | B) amidst | C) beyond | D) amongst | E) beneath |
| 50) | A) to | B) of | C) down | D) up | E) by |

Airbnb grows to a million rooms, and hotel rivals are quiet, for now

By any measure, Airbnb's growth has been (51) _____ since the company was founded in 2008. It now has more than a million rooms available in homes and apartments. (52) _____ this growth, though, the big hotel chains, at least outwardly, have yet to take substantial action to counter the potential threat from the upstart lodging service.

One reason is the strength of the travel market. Spending on hotels this year is projected to be even higher than last year's robust outlays, (53) _____ to Douglas Quinby, an analyst for Phocuswright. Other reasons include the ingrained habits of travelers, particularly older ones and business travelers on (54) _____ accounts, who see no reason to change their ways.

But there are signs that Airbnb is making (55) _____ with business travelers, a critical group of customers to the hotel industry. Airbnb now reports that just under 10 percent of its guests are traveling on business.

Mike Oshins, a hospitality management professor at Boston University, said that travelers working for themselves or small companies were the most likely professionals to use Airbnb. Kisha Mays, chief executive of Just Fearless, a business development company serving female entrepreneurs, often travels outside the United States and prefers Airbnb to hotels. (56) _____ with the lower price, she appreciates being able to wash a few items of clothing or eat dinner without going out to a restaurant. "I want to feel like I am at home instead of in some (57) _____ hotel room," she said.

Hotel room price growth in New York has lagged behind historical levels during the economic upturn, according to research by Sean Hennessey of New York University's Tisch Center for Hospitality and Tourism. (58) _____ some of that is because of the increase of hotel construction and number of available rooms, he said, hoteliers also cite the advent of a "shadow inventory" including Airbnb and others as a reason for the price stagnation.

They may not cite Airbnb as a direct competitor, but hotels are taking some actions as the service grows more popular. Hospitality industry representatives are asking for laws (59) _____ Airbnb properties to adhere to the same safety standards that hotels do. Airbnb said it required hosts to follow their local laws and encourages all hosts to take some basic steps to keep their homes safe.

"I do believe people will sample the service," Mr. Hennessey said, "but converting masses of people permanently is a very (60) _____ task."

- | | | | | | |
|-----|------------------|-----------------|---------------|---------------|------------------|
| 51) | A) glistening | B) twitching | C) twinkling | D) sparkling | E) stunning |
| 52) | A) Despite | B) Because | C) Although | D) In spite | E) Within |
| 53) | A) agreeing | B) according | C) saying | D) telling | E) speaking |
| 54) | A) cherished | B) dear | C) expensive | D) total | E) expense |
| 55) | A) railroads | B) high roads | C) crossroads | D) byroads | E) inroads |
| 56) | A) Along | B) Beside | C) As well as | D) Also | E) As |
| 57) | A) awkward | B) clumsy | C) bleak | D) distracted | E) dislocated |
| 58) | A) While | B) When | C) For | D) During | E) After |
| 59) | A) would require | B) will require | C) required | D) requiring | E) have required |
| 60) | A) frail | B) tough | C) rugged | D) cough | E) rough |

Looking for ways to keep memory sharp in aging brains

With people (61) _____ living longer, marketers are seizing on every opportunity to sell remedies and devices that they claim can enhance memory and other cognitive functions and perhaps stave off dementia as people age.

Among them are “all-natural” herbal supplements with ingredients that include the brain stimulant ginkgo biloba, and huperzine A, said to increase levels of the neurotransmitter acetylcholine; brain-training games on computers and smartphones; and all (62) _____ of puzzles, including crosswords, sudoku and jigsaw, that give the brain a workout, albeit a sedentary one.

Unfortunately, (63) _____ such potions and gizmos have been proven to have a meaningful, sustainable benefit beyond (64) _____ the pockets of their sellers. Before you invest in them, you’d be wise to look for well-designed, placebo-controlled studies that attest to their ability to promote a youthful memory and other cognitive functions.

Even the widely acclaimed value of doing crossword puzzles has been (65) _____ into question, beyond its unmistakable benefit to one’s font of miscellaneous knowledge.

There is also research-based evidence that certain computer games can improve cognitive skills in older people. Dr. Adam Gazzaley, a neuroscientist at the University of California, demonstrated that a computer game called NeuroRacer enhanced the ability to multitask, a facility that typically declines with age. NeuroRacer requires players to (66) _____ a car on a winding, hilly road with the left thumb while watching for signs that randomly pop up and have to be shot down with a right-hand finger.

Nonetheless, Dr. Gazzaley cautioned against assuming that video games are “a guaranteed panacea” for cognitive decline. (67) _____ it is commonly thought that older adults do not enjoy learning to use new technology, the researchers noted that the older adults who completed the computerized training programs “were positive” about the experience.

They pointed out that with a growing number of older adults having computers and access to the Internet, “cognitive training programs need to take fuller advantage of these outlets to improve cognitive function and delay cognitive decline in (68) _____ life.” However, the team also called for more and larger “well-designed randomized controlled trials” to confirm their findings.

In addition (69) _____ in daily physical exercise, consuming a heart-healthy diet and trying to get seven hours of sleep a night, other memory enhancing strategies include addressing people by name every time one sees them and dialing frequently called phone numbers from memory rather than using (70) _____ dial.

- | | | | | | |
|-----|-----------|--------------|---------------|-------------|----------------|
| 61) | A) places | B) worldwide | C) nationwide | D) earthly | E) worldly |
| 62) | A) type | B) manner | C) kind | D) sort | E) classes |
| 63) | A) lot | B) lots of | C) many | D) much | E) few |
| 64) | A) sewing | B) lining | C) knitting | D) weaving | E) waving |
| 65) | A) cried | B) shouted | C) called | D) howled | E) hollered |
| 66) | A) storm | B) steer | C) stare | D) steal | E) stealth |
| 67) | A) Even | B) Although | C) Whenever | D) Often | E) Seldom |
| 68) | A) later | B) older | C) senior | D) pension | E) retirement |
| 69) | A) moving | B) to moving | C) engaged | D) engaging | E) to engaging |
| 70) | A) type | B) tap | C) touch | D) speed | E) hand |

Should doctors be allowed to nap on the job?

Are medical students overworked? It's a question that's asked in many countries, and in Latin America the debate has been fuelled by photos of a young resident taking a (71)_____.

It's late, you're exhausted from working all hours at a stressful job, and nobody's around - so you try to (72) _____ a few minutes sleep. It's what happened to a young medical resident in Monterrey, Mexico - only she didn't count on a patient (73)_____ her and taking a picture which was then posted online, prompting a huge debate.

It's standard practice for junior doctors in Mexico and most countries in the region to work (74) _____ of up to 36 hours in their final years of training. But the blogger also noted that (75) _____ a doctor is qualified, they enjoy a good quality of life and a decent salary - well beyond the standard of most of the patients they treat.

But the doctors didn't take the criticism (76) _____. When Juan Carlos, a Mexican doctor, heard the story, he created the hashtag #YoTambienMeDormi ("I've also fallen asleep"). Carlos told BBC Trending that he wanted to "expose the differences between the rights of doctors and the rights of patients."

"As a doctor here in Mexico, it's illegal to take a picture of a patient without their prior consent, even if it's for medical purposes. But a patient can take a photo of a doctor with the (77) _____ purpose of damaging our reputation."

So far, 17,000 people have declared their support for medical students on Twitter (78) _____ several thousands more on Facebook, and the discussion has grown to include doctors and patients all over the region. Many have posted pictures of themselves or colleagues sleeping on the job to highlight how tiring their work is.

The Latin American doctors argue, however, that they're not being treated as humans with "normal physiological needs", says another Mexican doctor, Marcela Cueva. "And that doesn't mean that we don't (79) _____ of our patients. The problem is that nowadays the doctor-patient relationship has been damaged and social media is part of the reason. People are (80) _____ to write when they go through bad experiences rather than good ones."

- | | | | | | |
|-----|----------------|----------------|----------------|---------------|---------------|
| 71) | A) blaze | B) snooze | C) booze | D) shout | E) whip |
| 72) | A) grab | B) handle | C) hand on | D) wrestle | E) wring |
| 73) | A) spying | B) spotting | C) peering | D) staring | E) glancing |
| 74) | A) time | B) tables | C) slides | D) scales | E) shifts |
| 75) | A) while | B) once | C) during | D) for | E) as |
| 76) | A) standing up | B) lying down | C) winding up | D) sitting | E) standing |
| 77) | A) one | B) signed | C) signature | D) sole | E) whole |
| 78) | A) along | B) as for | C) as well | D) along with | E) stand-by |
| 79) | A) take after | B) bring up | C) take care | D) care for | E) see beyond |
| 80) | A) likelihood | B) just likely | C) more likely | D) too likely | E) as likely |

**CONCOURS DE RECRUTEMENT
D'ÉLÈVES PILOTE DE LIGNE**

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

**Durée : 2 Heures
Coefficient : 1**

Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde (recto),
- 2 pages (recto-verso) d'instructions pour remplir le QCM,
- 1 page d'avertissements (recto),
- 15 pages de texte (recto-verso) numérotées de 1 à 15

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES*A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT*

L'épreuve de mathématiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

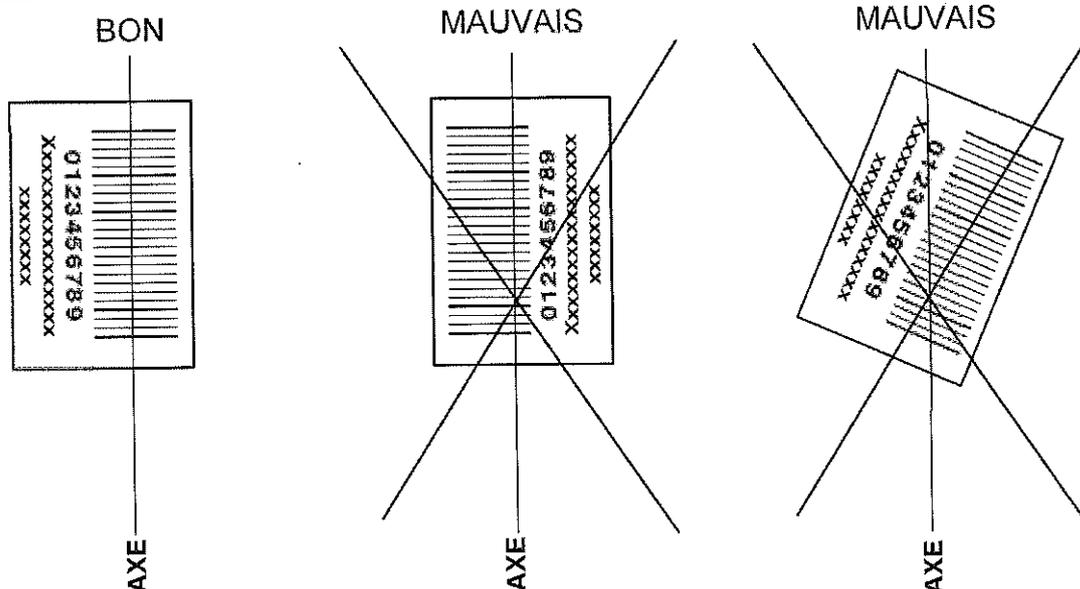
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez**, c'est-à-dire épreuve de mathématiques (voir modèle ci-dessous).

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci **en position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE** et **ATTENTION** vous devez noircir complètement la case en vue de la bonne lecture optique de votre QCM.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

Tournez la page S.V.P.

- 5) Cette épreuve comporte 36 questions, certaines, de numéros consécutifs, sont liées. La liste des questions liées est donnée au début du texte du sujet.

Chaque candidat devra choisir au plus 24 questions parmi les 36 proposées.

Il est inutile de répondre à plus de 24 questions : la machine à lecture optique lira les réponses en séquence en partant de la ligne 1, et s'arrêtera de lire lorsqu'elle aura détecté des réponses à 24 questions, quelle que soit la valeur de ces réponses.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

- 6) A chaque question numérotée entre 1 et 36, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 37 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 1 à 36, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question, la ligne correspondante doit rester vierge.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse, vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes, vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne, vous devez alors noircir la case E.

En cas de réponse fausse, aucune pénalité ne sera appliquée.

7) EXEMPLES DE RÉPONSES

Question 1 : $1^2 + 2^2$ vaut :

- A) 3 B) 5 C) 4 D) -1

Question 2 : le produit $(-1) (-3)$ vaut :

- A) -3 B) -1 C) 4 D) 0

Question 3 : Une racine de l'équation $x^2 - 1 = 0$ est :

- A) 1 B) 0 C) -1 D) 2

Vous marquerez sur la feuille réponse :

1	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E
2	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input checked="" type="checkbox"/> E
3	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input checked="" type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> E

Admissions et Vie des Campus

Toulouse, le 3 avril 2017

Affaire suivie par Mme. Viviane BAROLLO
Viviane.barollo@enac.fr
avic@enac.fr

De : Viviane BAROLLO

Tél : 05.62.17. 40 76

Fax : 05.62.17.40 79

A : TOUS CHEFS DE CENTRE

Tél :

Fax :

Nombre de pages (y compris celle-ci) : 1

CONCOURS EPL/S 2017

ERRATA

ÉPREUVE DE : MATHÉMATIQUES

A la Partie 1 :

Lire soit $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$

A la Question 7 :

On établit que f est définie car :

Il faut lire :

On établit que :

Questions liées :

4 et 5

6, 8, 11, 12

Notations

Les lettres \mathbb{R} , \mathbb{R}^* , \mathbb{Q} , \mathbb{N} , \mathbb{N}^* et \mathbb{Z} désignent respectivement les ensembles des réels, des réels non nuls, des rationnels, des entiers naturels, des entiers naturels non nuls et des entiers relatifs.

$\mathbb{R}[X]$ désigne l'ensemble des polynômes à coefficients dans \mathbb{R} en une indéterminée X .

A étant une matrice carrée à coefficients réels, pour $n \in \mathbb{N}$, on note A^n la matrice A élevée à la puissance n (par convention, $A^0 = I$, matrice identité) et A^{-1} la matrice inverse de A lorsqu'elle existe.

On rappelle que : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, |x + iy| = \sqrt{x^2 + y^2}$ où i désigne le nombre complexe tel que $i^2 = -1$.

Deux entiers relatifs a et b sont congrus modulo 8 si et seulement si ils ont même reste dans la division euclidienne par 8. On écrit alors : $a \equiv b[8]$.

L'ensemble $\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$ est formé des 8 classes de congruence modulo 8, notées $(\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}, \overline{5}, \overline{6}, \overline{7})$ munies de l'addition et de la multiplication induites par les opérations dans \mathbb{Z} .

Soit E un \mathbb{R} -espace vectoriel, $n \in \mathbb{N}^*$ et x_1, x_2, \dots, x_n n vecteurs de E .

On note $Vect(x_1, \dots, x_n) = \left\{ \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i, \lambda_i \in \mathbb{R} \right\}$ l'ensemble de toutes les combinaisons linéaires de la famille (x_1, x_2, \dots, x_n) .

PARTIE I

Soit $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{31} & a_{31} \end{pmatrix}$ une matrice carrée d'ordre 3 à coefficients dans \mathbb{R} .

On note pour k variant de 1 à 3 : $C_k(A) = \sum_{i=1}^3 a_{ik}$ et $L_k(A) = \sum_{j=1}^3 a_{kj}$.

On considère \mathcal{M} l'ensemble des matrices carrées d'ordre 3 à coefficients réels qui vérifient la propriété suivante :

$A \in \mathcal{M}$ si et seulement si : $L_1(A) = L_2(A) = L_3(A) = C_1(A) = C_2(A) = C_3(A)$.

On note $s(A)$ la valeur commune de ces six sommes.

On note $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matrice identité d'ordre 3 et J la matrice d'ordre 3 définie par :

$$J = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Question 1 : on démontre que :

- A) Pour tout $a \in \mathbb{R}^*$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $(aI)^n \in \mathcal{M}$ avec $s((aI)^n) = a^n$.
- B) Pour tout $a \in \mathbb{R}^*$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $(aI)^n \in \mathcal{M}$ avec $s((aI)^n) = a^{n-1}$.
- C) Pour tout $a \in \mathbb{R}^*$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $(aJ)^n = 3^{n-1} a^n J$, $(aJ)^n \in \mathcal{M}$ avec $s((aJ)^n) = 3^{n-1} a^n$.
- D) Pour tout $a \in \mathbb{R}^*$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $(aJ)^n = 3^{n-1} a^n J$, $(aJ)^n \in \mathcal{M}$ avec $s((aJ)^n) = (3a)^n$.

Question 2 : soit deux nombres réels u et v et la matrice K définie par $K = \begin{pmatrix} 0 & u & v \\ -2 & 5 & 3 \\ u & -6 & 5 \end{pmatrix}$.

- A) Il existe un unique couple de réels (u, v) tel que $K \in \mathcal{M}$.
- B) Il existe exactement deux couples de réels (u, v) tels que $K \in \mathcal{M}$.
- C) Il existe une infinité de couples de réels (u, v) tels que $K \in \mathcal{M}$.
- D) Il n'existe pas de couples de réels (u, v) tels que $K \in \mathcal{M}$.

Question 3 : soit L la matrice définie par $L = \begin{pmatrix} a & d & x \\ b & e & y \\ c & z & t \end{pmatrix}$ avec $(a, b, c, d, e, x, y, z, t) \in \mathbb{R}^9$.

A) \mathcal{M} est un sous espace vectoriel de dimension 5 de l'espace vectoriel composé par l'ensemble des matrices carrées d'ordre 3 à coefficients dans \mathbb{R} .

B) $L \in \mathcal{M} \Leftrightarrow \begin{cases} x = b + c \\ y = a + c \\ z = a + b + c - d \\ t = -c + d \end{cases}$

C) $L \in \mathcal{M} \Leftrightarrow \begin{cases} x = b + c - d \\ y = a + c - e \\ z = a + b + c - d - e \\ t = -c + d + e \end{cases}$

D) \mathcal{M} est un sous espace vectoriel de dimension 4 de l'espace vectoriel composé par l'ensemble des matrices carrées d'ordre 3 à coefficients dans \mathbb{R} .

Question 4 : soit A une matrice carrée d'ordre 3 :

- A) $AJ = -JA \Leftrightarrow A \in \mathcal{M}$.
- B) $AJ = JA \Leftrightarrow A \in \mathcal{M}$.
- C) $A \in \mathcal{M} \Rightarrow AJ = s(A)J$.
- D) $A \in \mathcal{M} \Rightarrow AJ = -s(A)J$.

Question 5 :

- A) $(A, B) \in \mathcal{M}^2 \Rightarrow AB \in \mathcal{M}$ et $s(AB) = s(A)s(B)$.
- B) $(A, B) \in \mathcal{M}^2 \Rightarrow AB \in \mathcal{M}$ et $s(AB) = -s(A)s(B)$.
- C) Soit C une matrice inversible appartenant à $\mathcal{M} \Rightarrow C^{-1} \in \mathcal{M}$ et $s(C^{-1}) = -s(C)^{-1}$.
- D) Soit C une matrice inversible appartenant à \mathcal{M} . C^{-1} n'appartient pas forcément à \mathcal{M} .

PARTIE II

On définit la suite $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$: pour tout entier naturel n nous avons : $I_n = \int_0^1 \frac{x^{2n+1}}{1+x^2} dx$.

Question 6 : on démontre que pour tout entier naturel n :

- A) $I_n + I_{n+1} = \frac{1}{2n+3}$
- B) $I_n + I_{n+1} = \frac{1}{2n+4}$
- C) $I_n + I_{n+1} = \frac{1}{2n+5}$
- D) $I_n + I_{n+1} = \frac{1}{2n+1}$

Question 7 : on établit que f est définie car :

- A) La suite $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente car elle est croissante majorée.
- B) La suite $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente car elle est décroissante minorée.
- C) La suite $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente car la fonction $x \mapsto \frac{x^{2n+1}}{1+x^2}$ est continue.
- D) La suite $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente car : $\forall x \in [0; 1], \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{x^{2n+1}}{1+x^2} = 0$.

Question 8 : on démontre que pour tout nombre réel x strictement positif :

A) $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$ car $0 \leq I_n \leq \frac{1}{2n+3}$

B) $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$ car $0 \leq I_n \leq \frac{1}{2n+2}$

C) $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$ car $0 \leq I_n \leq \frac{1}{2n+1}$

D) $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$ car $0 \leq I_n \leq \frac{1}{2n+5}$

Question 9 : on démontre par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}^*$:

A) $2(-1)^n I_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k} - \ln 2$

B) $2(-1)^{n-1} I_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^k}{k} - \ln 2$

C) $2(-1)^{n-1} I_{n-1} = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k} - \ln 2$

D) $2(-1)^{n-1} I_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k} - \ln 2$

Question 10 : on démontre que $\forall n \in \mathbb{N}$:

A) $I_n = \frac{1}{4(n+1)} + \frac{1}{n+1} \int_0^1 \frac{x^{2n+3}}{(1+x^2)^2} dx$

B) $I_n = \frac{1}{4n} + \frac{1}{n+1} \int_0^1 \frac{x^{2n+3}}{(1+x^2)^2} dx$

C) $I_n = \frac{1}{3(n+1)} + \frac{1}{n+1} \int_0^1 \frac{x^{2n+3}}{(1+x^2)^2} dx$

D) $I_n = \frac{1}{4(n+1)} + \frac{1}{n} \int_0^1 \frac{x^{2n+3}}{(1+x^2)^2} dx$

Question 11 : on démontre que :

$$A) 0 \leq \int_0^1 \frac{x^{2n+3}}{(1+x^2)^2} dx \leq \frac{1}{2n+7} \text{ et } \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{k} = \ln 2$$

$$B) 0 \leq \int_0^1 \frac{x^{2n+3}}{(1+x^2)^2} dx \leq \frac{1}{2n+6} \text{ et } \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{k} = \ln 2$$

$$C) 0 \leq \int_0^1 \frac{x^{2n+3}}{(1+x^2)^2} dx \leq \frac{1}{2n+5} \text{ et } \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k} = -\ln 2$$

$$D) 0 \leq \int_0^1 \frac{x^{2n+3}}{(1+x^2)^2} dx \leq \frac{1}{2n+3} \text{ et } \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k} = \ln 2$$

Question 12 : nous en déduisons que :

$$A) \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k} - \ln 2 \sim \frac{(-1)^{n-1}}{n}$$

$$B) \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k} - \ln 2 \sim \frac{(-1)^{n-1}}{2n}$$

$$C) \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^k}{k} - \ln 2 \sim \frac{(-1)^{n-1}}{2n}$$

$$D) \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k} - \ln 2 \sim \frac{(-1)^n}{2n}$$

PARTIE III

A

On dispose de deux pièces :

la pièce *C* donne face avec la probabilité $1/2$; la pièce *D* donne face avec la probabilité $2/3$.

On choisit une des deux pièces au hasard. On la lance. Si l'on obtient face, on conserve la pièce que l'on vient de lancer, sinon on change de pièce. On effectue ainsi une suite de lancers.

On note p_n la probabilité de jouer avec la pièce *C* au n -ième lancer et F_n l'événement « on obtient face au n -ième lancer ».

Question 13 :

$$A) \text{ On démontre que : } p_{n+1} = \frac{1}{6} p_n + \frac{1}{3} .$$

$$B) \text{ On démontre que : } p_{n+1} = \frac{1}{2} p_n + \frac{1}{3} .$$

$$C) \text{ On démontre que : } p_{n+1} = \frac{1}{6} p_n + \frac{2}{3} .$$

$$D) \text{ On démontre que : } p_{n+1} = \frac{1}{2} p_n + \frac{2}{3} .$$

Question 14 :

A) On démontre que : $p_n = \frac{1}{10} \left(\frac{1}{6}\right)^{n-1} + \frac{1}{5}$.

B) On démontre que : $p_n = \frac{1}{10} \left(\frac{1}{6}\right)^n + \frac{2}{5}$.

C) On démontre que : $p_n = \frac{1}{10} \left(\frac{1}{6}\right)^{n-1} + \frac{2}{5}$.

D) On démontre que : $p_n = \frac{1}{10} \left(\frac{1}{6}\right)^n + \frac{1}{5}$.

Question 15 :

A) On démontre que : $p(F_n) = -\frac{1}{10} \left(\frac{1}{6}\right)^{n-1} + \frac{3}{5}$.

B) On démontre que : $p(F_n) = -\frac{1}{10} \left(\frac{1}{6}\right)^{n-1} + \frac{1}{5}$.

C) On démontre que : $p(F_n) = -\frac{1}{10} \left(\frac{1}{6}\right)^n + \frac{1}{5}$.

D) On démontre que : $p(F_n) = -\frac{1}{10} \left(\frac{1}{6}\right)^n + \frac{3}{5}$.

B

Un magasin de sport proche de plusieurs équipes de football de Nationale 2 vend trois marques de crampons : K, A et N. Le gérant du magasin estime que :

Chaque joueur change de paire de crampons chaque année, une seule fois, est fidèle à ce magasin, et le remplaçant éventuel l'année suivante effectue le même choix de paire de crampons qu'aurait fait celui qu'il remplace ;

Un joueur qui a acheté une paire de crampons de la marque K au début de la saison choisira, l'année suivante, une paire de l'une des trois catégories avec équiprobabilité.

Un joueur qui a acheté une paire de crampons de la marque A au début de la saison optera, l'année suivante, pour une paire de crampons de la marque K avec la probabilité $1/4$, pour une paire de crampons de la marque A avec la probabilité $1/4$, pour une paire de crampons de la marque N avec la probabilité $1/2$.

Un joueur qui a acheté une paire de crampons de la marque N au début de la saison optera, l'année suivante, pour une paire de crampons de la marque K avec la probabilité $1/4$, pour une paire de crampons de la marque A avec la probabilité $1/2$, pour une paire de crampons de la marque N avec la probabilité $1/4$.

Le volume des ventes de ce commerçant est composé :

d'une part $p_0 = 45/100$ de paires de crampons de la marque K ;

d'une part $q_0 = 25/100$ de paires de crampons de la marque A ;

et d'une part $r_0 = 30/100$ de paires de crampons de la marque N.

On désigne par p_n, q_n, r_n les parts respectives des paires de crampons K, A, N dans les ventes de ce magasin la n -ième saison suivante.

Question 16 : on montre que pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$A) (p_n \quad q_n \quad r_n) = (45/100 \quad 25/100 \quad 30/100) \begin{pmatrix} 1/3 & 1/4 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/2 \\ 1/3 & 1/2 & 1/4 \end{pmatrix}^n$$

$$B) \begin{pmatrix} p_n \\ q_n \\ r_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} 45/100 \\ 25/100 \\ 30/100 \end{pmatrix}$$

$$C) \begin{pmatrix} p_n \\ q_n \\ r_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/4 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/2 \\ 1/3 & 1/2 & 1/4 \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} 45/100 \\ 25/100 \\ 30/100 \end{pmatrix}$$

$$D) (p_n \quad q_n \quad r_n) = (45/100 \quad 25/100 \quad 30/100) \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/4 & 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix}^n$$

Question 17 : on a l'égalité :

$$A) \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/4 & 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/12 & 0 \\ 0 & 0 & -1/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/11 & 1/11 & 1/11 \\ 4/11 & -3/22 & -3/22 \\ 0 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$$

$$\text{où } \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/11 & 1/11 & 1/11 \\ 4/11 & -3/22 & -3/22 \\ 0 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$$

$$B) \begin{pmatrix} 1/3 & 1/4 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/2 \\ 1/3 & 1/2 & 1/4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/12 & 0 \\ 0 & 0 & -1/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/11 & 1/11 & 1/11 \\ 4/11 & -3/22 & -3/22 \\ 0 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$$

$$\text{où } \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/11 & 1/11 & 1/11 \\ 4/11 & -3/22 & -3/22 \\ 0 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$$

$$C) \begin{pmatrix} 1/3 & 1/4 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/2 \\ 1/3 & 1/2 & 1/4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/12 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/11 & 1/11 & 1/11 \\ 4/11 & -3/22 & -3/22 \\ 0 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$$

$$\text{où } \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/11 & 1/11 & 1/11 \\ 4/11 & -3/22 & -3/22 \\ 0 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$$

$$D) \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/4 & 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/12 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/11 & 1/11 & 1/11 \\ 4/11 & -3/22 & -3/22 \\ 0 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$$

$$\text{où } \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/11 & 1/11 & 1/11 \\ 4/11 & -3/22 & -3/22 \\ 0 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$$

Question 18 : si l'attitude des joueurs reste constante, on démontre qu'à long terme, les trois catégories de crampons K, A et N représenteront dans la vente respectivement :

- A) $\frac{4}{11}, \frac{4}{11}$ et $\frac{3}{11}$
 B) $\frac{2}{11}, \frac{4}{11}$ et $\frac{4}{11}$
 C) $\frac{3}{11}, \frac{4}{11}$ et $\frac{4}{11}$
 D) $\frac{4}{11}, \frac{4}{11}$ et $\frac{2}{11}$

PARTIE IV

Un sous-ensemble S d'une structure A , munie des mêmes lois que par exemple l'ensemble des nombres réels ou des nombres complexes, est dit multiplicatif si le produit de deux éléments de S appartient à S . Pour tout entier $n \geq 1$, on note $S_n(A)$ l'ensemble des éléments x de A qui peuvent s'écrire sous la forme $x = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$ avec x_1, x_2, \dots, x_n dans A .

Question 19 : on démontre que $S_2(A)$ est un ensemble multiplicatif car :

- A) $\forall (x, y, z, t) \in A^4, (x^2 + y^2)(z^2 + t^2) = (xz - yt)^2 + (yz - xt)^2$
 B) $\forall (x, y, z, t) \in A^4, |x + iy|^2 \cdot |z + it|^2 = |(x - iy)(z + it)|^2$
 C) $\forall (x, y, z, t) \in A^4, |x + iy|^2 \cdot |z + it|^2 = |(x + iy)(z + it)|^2$
 D) $\forall (x, y, z, t) \in A^4, (x^2 + y^2)(z^2 + t^2) = (xz - yt)^2 + (yz + xt)^2$

Question 20 : on établit que :

- A) $S_1(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}) = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{4}\}$, $S_2(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}) = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}\}$, $S_3(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}) = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}\}$
- B) $S_1(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}) = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{3}\}$, $S_2(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}) = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{5}\}$, $S_3(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}) = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}\}$
- C) $S_1(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}\}$, $S_2(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}) = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{5}\}$, $S_3(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}) = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}\}$
- D) $S_1(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}) = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{4}\}$, $S_2(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}) = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}\}$, $S_3(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}) = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7}\}$

Question 21 : Soient $(a, b, c, d) \in \mathbb{Z}^4$ tels que : $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \equiv 0[8]$.

- A) On ne peut pas établir la parité de a, b, c, d .
- B) Parmi les nombres a, b, c, d , certains sont pairs et d'autres sont impairs.
- C) a, b, c, d sont forcément impairs.
- D) a, b, c, d sont forcément pairs.

Question 22 : On en déduit que :

- A) Si $n \equiv -1[8]$ alors $n \in S_3(\mathbb{Z})$ et $n \in S_3(\mathbb{Q})$.
- B) Si $n \equiv -1[8]$ alors $n \notin S_3(\mathbb{Z})$ et $n \notin S_3(\mathbb{Q})$.
- C) Si $n \equiv -1[8]$ alors $n \in S_3(\mathbb{Z})$ et $n \notin S_3(\mathbb{Q})$.
- D) Si $n \equiv -1[8]$ alors $n \notin S_3(\mathbb{Z})$ et $n \in S_3(\mathbb{Q})$.

Question 23 : on en déduit que :

- A) $S_3(\mathbb{Q})$ est multiplicatif.
- B) $S_3(\mathbb{Q})$ n'est pas multiplicatif.
- C) $S_3(\mathbb{Q})$ n'est pas multiplicatif car $S_3(\mathbb{Z})$ l'est.
- D) $S_3(\mathbb{Q})$ est multiplicatif car $S_3(\mathbb{Z})$ l'est.

PARTIE V

On considère E un \mathbb{R} -espace vectoriel de dimension 3, muni d'une base $B = (e_1, e_2, e_3)$.

On considère les trois vecteurs suivants: $u_1 = e_1 + e_2 + e_3$; $u_2 = e_2 + e_3$; $u_3 = e_1 + 2e_3$.

On pose $F = \text{Vect}(u_1, u_2)$ et $G = \text{Vect}(u_3)$.

Question 24 : la matrice P de la famille (u_1, u_2, u_3) dans la base B est :

A) $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

B) $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

C) $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

D) $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Question 25 : on démontre que P est inversible :

A) Car $\det(P) = 2$ et on a alors : $P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & -1/2 \\ -1 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$

B) Car $\det(P) = 2$ et on a alors : $P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/2 \\ -1 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$

C) Car $\det(P) = 2$ et on a alors : $P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & -1/2 \\ 1 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$

D) Car $\det(P) = -2$ et on a alors : $P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & -1/2 \\ -1 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$

Question 26 : on démontre que (u_1, u_2, u_3) est une base de E que l'on notera B' car :

- A) (u_1, u_2, u_3) est liée.
- B) $\text{Card}(u_1, u_2, u_3) = \dim E$.
- C) (u_1, u_2, u_3) , composée de trois vecteurs, est génératrice.
- D) P est inversible.

Question 27 : On définit l'application linéaire p_F par sa matrice dans la base B' : $Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

et p_G par la matrice $Q' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- A) $p_F \circ p_G = p_F, p_G \circ p_F = p_G, p_F \circ p_F = 0, p_G \circ p_G = 0, p_F + p_G = Id_E$
- B) $p_F \circ p_G = 0, p_G \circ p_F = 0, p_F \circ p_F = p_F, p_G \circ p_G = p_G, p_F + p_G = Id_E$
- C) $p_F \circ p_G = 0, p_G \circ p_F = 0, p_F \circ p_F = p_G, p_G \circ p_G = p_F, p_F + p_G = Id_E$
- D) $p_F \circ p_G = 0, p_G \circ p_F = 0, p_F \circ p_F = p_F, p_G \circ p_G = p_G, p_F + p_G = 0$

Question 28 : on démontre que :

- A) $\text{Ker}(p_F) = F, \text{Im}(p_F) = G, \dim \text{Ker}(p_F) = 2$ et $\dim \text{Im}(p_F) = 1$.
- B) $\text{Ker}(p_F) = F, \text{Im}(p_F) = G, \dim \text{Ker}(p_F) = 1$ et $\dim \text{Im}(p_F) = 2$.
- C) $\text{Ker}(p_F) = G, \text{Im}(p_F) = F, \dim \text{Ker}(p_F) = 2$ et $\dim \text{Im}(p_F) = 1$.
- D) $\text{Ker}(p_F) = G, \text{Im}(p_F) = F, \dim \text{Ker}(p_F) = 1$ et $\dim \text{Im}(p_F) = 2$.

Question 29 : on note A_F la matrice de p_F dans la base B et A_G celle de p_G dans la base B .

On démontre que :

$$\text{A) } A_F = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & -1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } A_G = \begin{pmatrix} 0 & -1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{B) } A_F = \begin{pmatrix} 0 & -1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } A_G = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & -1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{C) } A_F = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & -1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } A_G = \begin{pmatrix} 0 & -1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{D) } A_F = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } A_G = \begin{pmatrix} 0 & -1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

PARTIE VI

On note $I = \int_0^{\pi} \frac{1}{\cos^2(t) + x \sin^2(t)} dt$ et $f(t) = \frac{1}{\cos^2(t) + x \sin^2(t)}$.

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On note C_f la courbe représentative de f .

Dans cette partie x est un nombre réel strictement positif.

Question 30 : Soit a un nombre réel non nul.

$$\text{A) Pour } t \in \mathbb{R}, \text{ nous avons : } \int_0^t \frac{1}{1+a^2u^2} du = \arctan\left(\frac{t}{a}\right).$$

$$\text{B) Pour } t \in \mathbb{R}, \text{ nous avons : } \int_0^t \frac{1}{1+a^2u^2} du = \frac{1}{a} \arctan(at).$$

$$\text{C) Pour } t \in \mathbb{R}, \text{ nous avons : } \int_0^t \frac{1}{1+a^2u^2} du = \frac{1}{a} \arctan\left(\frac{t}{a}\right).$$

$$\text{D) Pour } t \in \mathbb{R}, \text{ nous avons : } \int_0^t \frac{1}{1+a^2u^2} du = a \arctan(at).$$

Question 31 : on établit que :

- A) La fonction f est définie, continue sur \mathbb{R} .
 C_f sera obtenue en construisant le symétrique orthogonal par rapport à l'axe des ordonnées de la restriction de C_f à l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ suivi de la transformation du tout par les translations de vecteur $2k\pi\vec{i}$, $k \in \mathbb{Z}$.
- B) La fonction f est définie, continue sur \mathbb{R} .
 C_f sera obtenue en construisant le symétrique orthogonal par rapport à l'axe des ordonnées de la restriction de C_f à l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ suivi de la transformation du tout par les translations de vecteur $k\pi\vec{i}$, $k \in \mathbb{Z}$.
- C) La fonction f est définie, continue sur \mathbb{R} .
 C_f sera obtenue en construisant le symétrique orthogonal par rapport à la droite d'équation $x = \frac{\pi}{2}$ de la restriction de C_f à l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ suivi de la transformation du tout par les translations de vecteur $k\pi\vec{i}$, $k \in \mathbb{Z}$.
- D) La fonction f est définie, continue sur \mathbb{R} .
 C_f sera obtenue en construisant le symétrique orthogonal par rapport à la droite d'équation $x = \frac{\pi}{2}$ de la restriction de C_f à l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ suivi de la transformation du tout par les translations de vecteur $2k\pi\vec{i}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Question 32 : pour des valeurs de t convenablement choisies, nous avons :

- A) f est dérivable et $f'(t) = \frac{2(1-x)\sin(t)\cos(t)}{\cos^2(t) + x\sin^2(t)}$.
- B) f est dérivable et $f'(t) = \frac{2(1-x)\cos(t)}{\cos^2(t) + x\sin^2(t)}$.
- C) f est dérivable et $f'(t) = \frac{(1-x)\sin(t)\cos(t)}{(\cos^2(t) + x\sin^2(t))^2}$.
- D) f est dérivable et $f'(t) = \frac{2(1-x)\sin(t)\cos(t)}{(\cos^2(t) + x\sin^2(t))^2}$.

Question 33 : on montre que :

- A) Si $x=1$, $f'(t)=0$ et si $x < 1$, C_f admet $\frac{1}{x}$ comme minimum sur \mathbb{R} et des tangentes horizontales en $k\pi, k \in \mathbb{Z}$ et $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- B) Si $x=1$, $f'(t)=0$ et si $x > 1$, C_f admet $\frac{1}{x}$ comme maximum sur \mathbb{R} et des tangentes horizontales en $k\pi, k \in \mathbb{Z}$ et $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- C) Si $x=1$, $f'(t)=0$ et si $x < 1$, C_f admet $\frac{1}{x}$ comme maximum sur \mathbb{R} et des tangentes horizontales en $k\pi, k \in \mathbb{Z}$ et $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- D) Si $x=1$, $f'(t)=0$ et si $x > 1$, C_f admet $\frac{1}{x}$ comme minimum sur \mathbb{R} et des tangentes horizontales en $k\pi, k \in \mathbb{Z}$ et $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Question 34 : on montre que :

- A) $I = 2 \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\cos^2(t) + x \sin^2(t)} dt.$
- B) $I = 2 \int_0^{\pi/2} \frac{x}{\cos^2(t) + x \sin^2(t)} dt.$
- C) $I = \lim_{a \rightarrow \pi/2} \int_0^a \frac{2}{\cos^2(t) + x \sin^2(t)} dt$ car la fonction $u \mapsto \int_0^u \frac{1}{\cos^2(t) + x \sin^2(t)} dt$ est continue sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ puisque la fonction $x \mapsto \frac{1}{\cos^2(t) + x \sin^2(t)}$ l'est aussi.
- D) $I = \lim_{a \rightarrow \pi/2} \int_0^a \frac{2}{\cos^2(t) + x \sin^2(t)} dt$ car la fonction $u \mapsto \int_0^u \frac{2}{\cos^2(t) + x \sin^2(t)} dt$ est continue sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ puisque $t \mapsto f(t)$ l'est aussi.

Question 35 : pour $a \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, on note $H(a) = \int_0^a \frac{1}{\cos^2(t) + x \sin^2(t)} dt$;

à l'aide du changement de variable $u = \tan(t)$, on trouve :

A) $H(a) = \int_0^{\tan(a)} \frac{1}{1+(xu)^2} du$

B) $H(a) = \int_0^{\tan(a)} \frac{1}{1+xu^2} du$

C) $H(a) = \int_0^{\tan(a)} \frac{1}{1+u^2} du$

D) $H(a) = \frac{1}{x} \int_0^{\tan(a)} \frac{1}{1+xu^2} du$

Question 36 : on déduit que :

A) $H(a) = \arctan(\sqrt{x} \tan(a))$ et $\int_0^{\pi} \frac{1}{\cos^2(t) + x \sin^2(t)} dt = \pi$

B) $H(a) = \sqrt{x} \arctan(\sqrt{x} \tan(a))$ et $\int_0^{\pi} \frac{1}{\cos x^2(t) + x \sin^2(t)} dt = \pi \sqrt{x}$

C) $H(a) = \frac{1}{\sqrt{x}} \arctan(\sqrt{x} \tan(a))$ et $\int_0^{\pi} \frac{1}{\cos^2(t) + x \sin^2(t)} dt = \frac{\pi}{\sqrt{x}}$

D) $H(a) = \frac{1}{\sqrt{x}} \arctan(\sqrt{x} \tan(a))$ et $\int_0^{\pi} \frac{1}{\cos^2(t) + x \sin^2(t)} dt = \frac{\sqrt{x}}{\pi}$

**CONCOURS DE RECRUTEMENT
D'ÉLÈVES PILOTE DE LIGNE**

ÉPREUVE DE PHYSIQUE

**Durée : 2 Heures
Coefficient : 1**

Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde (recto),
- 2 pages (recto-verso) d'instructions pour remplir le QCM,
- 1 page d'avertissement (recto)
- 6 pages de texte (recto-verso).

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

ÉPREUVE DE PHYSIQUE

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve de physique de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

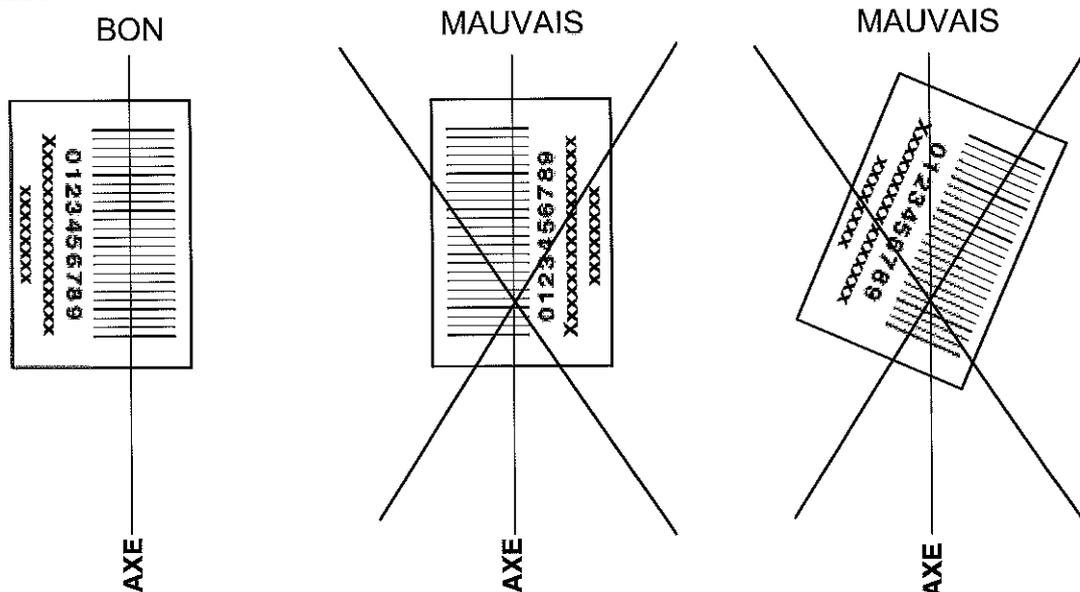
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez, c'est-à-dire épreuve de physique (voir modèle ci-dessous).

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci **en position verticale** avec les chiffres d'identification à **gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE** et **ATTENTION** vous devez noircir complètement la case en vue de la bonne lecture optique de votre QCM.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 36 questions, certaines, de numéros consécutifs, sont liées. La liste des questions est donnée au début du texte du sujet.
Chaque candidat devra choisir au plus 24 questions parmi les 36 proposées.

Il est inutile de répondre à plus de 24 questions : la machine à lecture optique lira les réponses en séquence en partant de la ligne 1, et s'arrêtera de lire lorsqu'elle aura détecté des réponses à 24 questions, quelle que soit la valeur de ces réponses.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

Tournez la page S.V.P.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 36, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 37 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 1 à 36, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question, la ligne correspondante doit rester vierge.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse, vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes, vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne, vous devez alors noircir la case E.

En cas de réponse fausse, aucune pénalité ne sera appliquée.

7) EXEMPLES DE RÉPONSES

Exemple I : Question 1 :

Pour une mole de gaz réel :

- A) $\lim_{P \rightarrow 0}(PV) = RT$, quelle que soit la nature du gaz.
- B) $PV = RT$ quelles que soient les conditions de pression et température.
- C) Le rapport des chaleurs massiques dépend de l'atomicité.
- D) L'énergie interne ne dépend que de la température.

Exemple II : Question 2 :

Pour un conducteur ohmique de conductivité électrique σ , la forme locale de la loi d'OHM est :

- A) $\mathbf{j} = \mathbf{E}/\sigma$
- B) $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$
- C) $\mathbf{E} = \sigma^2 \mathbf{j}$
- D) $\mathbf{j} = \sigma^2 \mathbf{E}$

Exemple III : Question 3 :

- A) Le travail lors d'un cycle monotherme peut être négatif.
- B) Une pompe à chaleur prélève de la chaleur à une source chaude et en restitue à la source froide.
- C) Le rendement du cycle de CARNOT est $1 + \frac{T_2}{T_1}$.
- D) Le phénomène de diffusion moléculaire est un phénomène réversible.

Vous marquerez sur la feuille réponse :

1	<input checked="" type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/>



ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Admissions et Vie des Campus

Toulouse, le 3 avril 2017

Affaire suivie par Mme. Viviane BAROLLO
Viviane.barollo@enac.fr
avic@enac.fr

De : Viviane BAROLLO	Tél : 05.62.17. 40 76	Fax : 05.62.17.40 79
A : TOUS CHEFS DE CENTRE	Tél :	Fax :

Nombre de pages (y compris celle-ci) : 1

CONCOURS EPL/S 2017

ERRATUM

EPREUVE DE : PHYSIQUE

Enoncé en-dessous de la figure p. 3 :

2^{ème} ligne, il faut lire ... et e_x , e_y et e_z les vecteurs...

AVERTISSEMENTS

Dans certaines questions, les candidats doivent choisir entre plusieurs valeurs numériques. Nous attirons leur attention sur les points suivants :

1 - Les résultats sont arrondis en respectant les règles habituelles ; il est prudent d'éviter des arrondis trop imprécis sur les résultats intermédiaires.

2 - Les valeurs fausses proposées diffèrent suffisamment de la valeur exacte pour que d'éventuels écarts d'arrondi n'entraînent aucune ambiguïté sur la réponse.

Les notations utilisées sont celles en vigueur au niveau international. Ainsi, conformément à ces recommandations internationales, les vecteurs sont représentés en caractères gras et le produit vectoriel est noté par le symbole \times .

QUESTIONS LIÉES

Optique géométrique : [1, 2, 3, 4, 5, 6]

Thermodynamique : [7, 8, 9, 10, 11, 12]

Gaz parfait : [13, 14, 15, 16, 17, 18]

Circuit électrique : [19, 20, 21, 22, 23, 24]

Champ magnétique : [25, 26, 27, 28, 29, 30]

Moment cinétique : [31, 32, 33, 34, 35, 36]

Un photocopieur est un dispositif qui, grâce à un système optique, permet de reproduire un document de dimensions $21\text{ cm} \times 29,7\text{ cm}$ (format dit A4) en un document, soit de même dimension, soit de surface double (format dit A3), soit de surface moitié (format dit A5). Le système optique forme l'image réelle du document sur un écran E sensible à la lumière (écran photosensible). On modélise le système optique par deux lentilles minces distantes l'une de l'autre et de même axe optique : une lentille convergente L_1 (distance focale f_1 , centre optique O_1) et une lentille L_2 (distance focale $f_2 = -6,5\text{ cm}$, centre optique O_2). Le document à photocopier se trouve à 42 cm de E et à 20 cm de O_1 . En outre, la distance de O_2 à E est aussi de 20 cm .

Pour une lentille mince L , de centre optique O , de distance focale f , plongée dans l'air (indice de réfraction ≈ 1), qui forme l'image ponctuelle A_i d'un objet ponctuel A_o , on donne la formule de conjugaison de Descartes, ainsi que le grandissement transversal G_t associé.

$$\frac{1}{OA_i} - \frac{1}{OA_o} = \frac{1}{f} \quad \text{et} \quad G_t = \frac{\overline{OA_i}}{\overline{OA_o}}$$

Dans tout l'exercice, on admet que les conditions de Gauss sont satisfaites. Par ailleurs, on notera A_o un objet lumineux ponctuel du document à photocopier et A_i l'image ponctuelle correspondante sur l'écran E . En outre, on désignera par A_1 l'image intermédiaire que donne L_1 de A_o . On a ainsi la correspondance suivante:

$$A_o \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A_i$$

Il est fortement conseillé de s'aider d'un schéma pour la résolution de ce problème.

- Parmi les affirmations proposées ci-dessous, relatives à la correspondance entre un objet ponctuel A_o et une image ponctuelle A_i qu'établit une lentille mince dans les conditions de Gauss, quelles sont celles qui sont inexactes?

- L'image que donne une lentille mince convergente d'un objet situé avant le foyer principal objet est une image réelle.
- L'image que donne une lentille mince divergente d'un objet situé avant le centre optique de la lentille est une image réelle.
- L'image que donne une lentille mince convergente d'un objet situé après le centre optique de la lentille est une image réelle.
- L'image que donne une lentille mince divergente d'un objet situé après le foyer principal objet de la lentille est une image virtuelle.

- Quelle est l'expression puis la valeur de la distance algébrique $\overline{O_2A_1}$, autrement dit la position de l'image intermédiaire A_1 par rapport à O_2 ?

$$\text{A) } \overline{O_2A_1} = \frac{f_2 \overline{O_2A_i}}{f_2 - \overline{O_2A_i}} \quad \text{B) } \overline{O_2A_1} = \frac{f_2 \overline{O_2A_i}}{f_2 + \overline{O_2A_i}} \quad \text{C) } \overline{O_2A_1} \approx 5\text{ cm} \quad \text{D) } \overline{O_2A_1} \approx -5\text{ cm}$$

- En déduire l'expression puis la valeur de f_1 .

$$\text{A) } f_1 = \frac{(\overline{O_2A_1} + \overline{O_2O_1}) \overline{O_1A_o}}{\overline{O_1A_o} - \overline{O_2A_1} + \overline{O_2O_1}} \quad \text{C) } f_1 = \frac{(\overline{O_2A_1} + \overline{O_2O_1}) \overline{O_1A_o}}{\overline{O_1A_o} - \overline{O_2A_1} - \overline{O_2O_1}}$$

$$\text{B) } f_1 = \frac{(\overline{O_2A_1} - \overline{O_2O_1}) \overline{O_1A_o}}{\overline{O_1A_o} - \overline{O_2A_1} + \overline{O_2O_1}} \quad \text{D) } f_1 = \frac{(\overline{O_2A_1} - \overline{O_2O_1}) \overline{O_1A_o}}{\overline{O_1A_o} - \overline{O_2A_1} - \overline{O_2O_1}}$$

- Calculer la valeur de f_1

$$\text{A) } f_1 \approx 5\text{ mm} \quad \text{B) } f_1 \approx -5\text{ cm} \quad \text{C) } f_1 \approx 5\text{ m} \quad \text{D) } f_1 \approx 5\text{ cm}$$

- Que peut-on dire du grandissement transversal G_t du photocopieur, autrement dit de l'ensemble $\{L_1; L_2\}$? En déduire la valeur du rapport S_c/S_d des surfaces du document copié et du document original.

- G_t est le produit des grandissements transversaux de chaque lentille
- $G_t \approx 1$
- $S_c/S_d \approx 0,5$
- $S_c/S_d \approx 2$

Tournez la page S.V.P.

6. La lentille L_1 est en réalité un doublet de lentilles minces accolées, L_3 et L_4 ; L_3 est identique à L_2 . On fait glisser la lentille L_4 pour l'accoler à L_2 . Quel est le format du document photocopié?

- A) Format A4
 B) Format A5
 C) Format A3
 D) On ne peut pas le déterminer.

Du diazote, assimilé à n moles de gaz parfait occupant un volume initial V_i , de température et pression initiales $T_i = 300\text{ K}$ et $p_i = 3\text{ bar}$, subit dans cet ordre :

i) une transformation adiabatique qui amène le gaz à une température T_1 et une pression $p_1 = p_i(1+x)$; le volume du gaz est alors V_1 . En outre, la transformation est supposée réversible.

ii) Une transformation isobare qui amène le gaz à son état final caractérisé par la température $T_f = T_i$ et le volume V_f .

On note γ le rapport de la capacité thermique à pression constante sur la capacité thermique à volume constant du gaz. R désigne la constante universelle des gaz parfaits.

7. Donner les expressions de V_1 et V_f en fonction de V_i , x et γ .

- A) $V_1 = V_i(1+x)^{1/\gamma}$ B) $V_1 = V_i(1+x)^{-1/\gamma}$ C) $V_f = \frac{V_i}{1+x}$ D) $V_f = V_i(1+x)$

8. Donner l'expression de T_1 en fonction de T_i , x et γ .

- A) $T_1 = T_i(1+x)^{(1-\gamma)/\gamma}$ C) $T_1 = T_i(1+x)^{1/\gamma}$
 B) $T_1 = T_i(1+x)^{(\gamma-1)/\gamma}$ D) $T_1 = T_i(1+x)^{-1/\gamma}$

9. Que peut-on dire de la variation d'énergie interne ΔU du gaz entre l'état initial et l'état final?

- A) $\Delta U < 0$ B) $\Delta U > 0$ C) $\Delta U = 0$ D) On ne peut rien dire.

10. Que peut-on dire de la variation d'entropie ΔS entre l'état initial et l'état final du gaz? On donne l'entropie $S(T, V)$ d'un gaz parfait en fonction de sa température et de son volume :

$$S(T, V) = \frac{nR}{\gamma-1} \ln T + nR \ln \left(\frac{V}{n} \right) + \text{Cte}$$

où Cte est une constante.

- A) $\Delta S = 0$ B) $\Delta S = -nR \ln(1+x)$ C) $\Delta S = nR \ln(1+x)$ D) On ne peut rien dire.

11. Que valent la chaleur Q_1 (ou transfert thermique) et le travail W_1 (ou transfert mécanique) reçus par le gaz à l'issue de la première transformation (adiabatique réversible)?

- A) $Q_1 = 0$ C) $W_1 = nRT_i \frac{1}{\gamma-1} [1 - (1+x)^{1-1/\gamma}]$
 B) $Q_1 = n \frac{R}{\gamma-1} (T_1 - T_i)$ D) $W_1 = -nRT_i \frac{1}{\gamma-1} [1 - (1+x)^{1-1/\gamma}]$

12. Quelle est la variation d'énergie interne ΔU_2 lors de la seconde transformation (isobare)?

- A) $\Delta U_2 = 0$ B) $\Delta U_2 = W_1$ C) $\Delta U_2 = -W_1$ D) $\Delta U_2 = W_1/2$

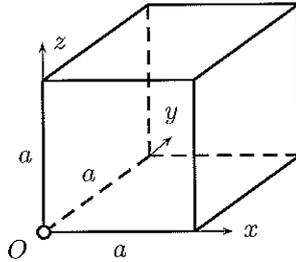


FIG. 1 – Boîte cubique d'arête a

Une boîte cubique d'arête a contient $n = 10^3$ moles d'argon (masse molaire $M_m = 40 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$). Dans ce problème, on note x , y et z les coordonnées cartésiennes et e_x , e_y et e_z les vecteurs unitaires de la base cartésienne correspondante; O est l'origine du repère (cf. Fig. 1).

Aucune connaissance exclue du programme n'est nécessaire pour résoudre ce problème. Tous les éléments indispensables sont fournis par l'énoncé.

13. Calculer le nombre N d'atomes dans la boîte et la masse m d'un atome d'argon. On rappelle la valeur approximative de la constante d'Avogadro $N_A \approx 6 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

A) $N \approx 6 \times 10^{23}$ et $m \approx 6,7 \times 10^{-23} \text{ kg}$ C) $N \approx 6 \times 10^{26}$ et $m \approx 6,7 \times 10^{-23} \text{ kg}$
 B) $N \approx 6 \times 10^{23}$ et $m \approx 6,7 \times 10^{-26} \text{ kg}$ D) $N \approx 6 \times 10^{26}$ et $m \approx 6,7 \times 10^{-26} \text{ kg}$

14. Un des atomes vient heurter la paroi en $x = a$, avec un vecteur vitesse $\mathbf{v} = v_x \mathbf{e}_x$. La paroi étant parfaitement rigide, l'atome rebondit et repart dans la direction incidente avec le vecteur vitesse $\mathbf{v}' = -v_x \mathbf{e}_x$. Déterminer la variation $\Delta \mathbf{p}_a$ du vecteur quantité de mouvement de l'atome.

A) $\Delta \mathbf{p}_a = \mathbf{0}$ B) $\Delta \mathbf{p}_a = mv_x \mathbf{e}_x$ C) $\Delta \mathbf{p}_a = -2mv_x \mathbf{e}_x$ D) $\Delta \mathbf{p}_a = 2mv_x \mathbf{e}_x$

15. On admet que l'atome possède un mouvement rectiligne et uniforme, le long de l'axe Ox , jusqu'à ce qu'il heurte de nouveau la paroi. On admet aussi que lors d'une collision, l'atome, qui arrive avec un vecteur vitesse orthogonal à une paroi, rebondit avec un vecteur vitesse opposé au vecteur vitesse incident (avant le choc), sans changer sa norme. Calculer la durée τ qui sépare deux chocs successifs sur la paroi située en $x = a$ et en déduire N_c qui désigne le nombre de chocs par seconde de cet atome avec cette paroi.

A) $\tau = \frac{2a}{v_x}$ et $N_c = 2 \text{ s}^{-1}$ C) $\tau = \frac{a}{v_x}$ et $N_c = \frac{v_x}{a}$
 B) $\tau = \frac{2a}{v_x}$ et $N_c = \frac{v_x}{2a}$ D) $\tau = \frac{a}{v_x}$ et $N_c = 1 \text{ s}^{-1}$

16. On admet que la paroi reçoit à chaque collision la quantité de mouvement $-\Delta \mathbf{p}_a \mathbf{e}_x$. Quelle est la force \mathbf{F}_p subie par la paroi située en $x = a$ en raison des chocs répétés de l'atome?

A) $\mathbf{F}_p = \frac{mv_x^2}{a} \mathbf{e}_x$ B) $\mathbf{F}_p = -\frac{mv_x^2}{a} \mathbf{e}_x$ C) $\mathbf{F}_p = \mathbf{0}$ D) $\mathbf{F}_p = \frac{mv_x^2}{2a} \mathbf{e}_x$

17. En réalité, comme les atomes de la boîte n'ont pas tous le même vecteur vitesse, on doit remplacer, dans l'expression précédente, v_x^2 par $v_m^2/3$ où v_m^2 est la moyenne sur tous les atomes du carré de la norme des vecteurs vitesse de chaque atome. Donner la ou les expressions correctes de la pression p exercée par le gaz d'atomes sur la paroi situé en $x = a$; on note n_v le nombre d'atomes par unité de volume dans la boîte.

A) $p = \frac{1}{3} n_v m v_m$ B) $p = \frac{1}{3} n_v m v_m^2$ C) $p = \frac{1}{3} \frac{N}{a^3} m v_m^2$ D) $p = \frac{1}{3} N m v_m^2$

18. En admettant que le gaz dans la boîte est un gaz parfait et que la pression ci-dessus est celle qui intervient dans la loi des gaz parfait, donner l'expression de la température T de ce gaz.

A) $T = \frac{1}{3} \frac{M_m}{R} v_m^2$ B) $T = \frac{1}{3} \frac{R}{M_m} v_m^2$ C) $T = \frac{1}{3} \frac{M_m}{R} v_m$ D) $T = \frac{1}{3} \frac{R}{M_m} v_m$

On considère ici quelques aspects élémentaires d'un circuit électrique RLC série.

19. Quelles sont les affirmations inexactes?

- A) La charge électrique est une grandeur quantifiée.
- B) La charge électrique se mesure en coulomb par mètre
- C) Le quantum de charge électrique est la charge électrique de l'électron
- D) Le quantum de charge électrique est positif.

20. Donner l'expression de la puissance \mathcal{P}_J dissipée par effet Joule dans un conducteur ohmique de résistance R , parcouru par un courant d'intensité $i(t)$ (t est le temps).

A) $\mathcal{P}_J = Ri^2/2$ B) $\mathcal{P}_J = Ri$ C) $\mathcal{P}_J = R^2i$ D) $\mathcal{P}_J = Ri^2$

21. Quelle est l'énergie \mathcal{E}_{el} stockées par un condensateur (capacité C), dont la charge portée par l'armature qui reçoit algébriquement le courant est $q(t)$? Quelle est l'énergie \mathcal{E}_{ma} emmagasinée par une bobine d'inductance L parcourue par un courant d'intensité $i(t)$?

A) $\mathcal{E}_{el} = \frac{q^2}{2C}$ et $\mathcal{E}_{ma} = \frac{1}{2}Li^2$ C) $\mathcal{E}_{el} = \frac{q}{2C}$ et $\mathcal{E}_{ma} = \frac{1}{2}Li$
 B) $\mathcal{E}_{el} = \frac{q^2}{C}$ et $\mathcal{E}_{ma} = Li^2$ D) $\mathcal{E}_{el} = \frac{qC}{2}$ et $\mathcal{E}_{ma} = \frac{Li}{2}$

22. Un circuit RLC série est alimenté par un générateur basse fréquence (GBF) qui impose une tension $u_e = u_{e,m} \cos(\omega t)$. Quelle est l'équation différentielle qui décrit l'évolution de la charge du condensateur?

A) $\ddot{q} + \frac{1}{\tau}\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{u_e}{L}$ avec $\omega_0 = \frac{1}{LC}$ et $\tau = \frac{L}{R}$
 B) $\ddot{q} + \frac{1}{\tau}\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{u_e}{L}$ avec $\omega_0 = \left(\frac{1}{LC}\right)^{1/2}$ et $\tau = \frac{R}{L}$
 C) $\ddot{q} + \frac{1}{\tau}\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{u_e}{L}$ avec $\omega_0 = \left(\frac{1}{LC}\right)^{1/2}$ et $\tau = \frac{L}{R}$
 D) $\ddot{q} + \frac{1}{\tau}\dot{q} + \omega_0^2 q = u_e$ avec $\omega_0 = \left(\frac{1}{LC}\right)^{1/2}$ et $\tau = \frac{L}{R}$

23. Sachant que l'intensité du courant dans le circuit peut s'écrire $i(t) = i_m \cos(\omega t)$, quelle est la valeur efficace I_{ef} correspondante?

A) $I_{ef} = i_m$ B) $I_{ef} = i_m/\sqrt{2}$ C) $I_{ef} = i_m \sqrt{2}$ D) $I_{ef} = i_m/2$

24. Quel est le bilan énergétique (ou de puissance) du circuit?

A) $\frac{d(\mathcal{E}_{el} + \mathcal{E}_{ma})}{dt} + \mathcal{P}_J = u_e i$ C) $\frac{d(\mathcal{E}_{el} - \mathcal{E}_{ma})}{dt} - \mathcal{P}_J = u_e i$
 B) $\frac{d(\mathcal{E}_{el} + \mathcal{E}_{ma})}{dt} + \mathcal{P}_J = -u_e i$ D) $-\frac{d(\mathcal{E}_{el} + \mathcal{E}_{ma})}{dt} + \mathcal{P}_J = u_e i$

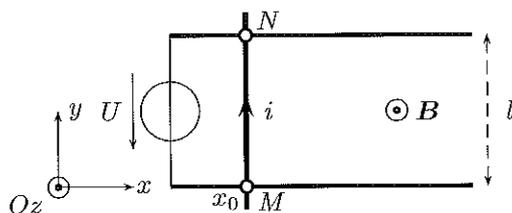


FIG. 2 – Rails de Laplace

On considère des rails de Laplace, conducteurs et de résistance négligeable, distants de l , disposés selon un plan horizontal. Une barre rigide MN conductrice, de résistance $R = 10 \text{ k}\Omega$ et de masse linéique ρ_l , est assujettie à rester perpendiculaire aux deux rails. Elle peut se déplacer sans frottement, selon un mouvement de translation rectiligne, le long des rails. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{e}_z$ externe uniforme et vertical. À l'instant initial, on branche, entre deux des extrémités des deux rails, un générateur idéal qui impose une tension constante U (cf. Fig 2). On notera i l'intensité (éventuellement variable) du courant électrique qui circule dans le circuit.

Dans ce problème, on désigne par (x, y, z) les coordonnées cartésiennes et $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ les trois vecteurs unitaires de la base correspondantes. L'origine du repère est un point O quelconque. On note x_0 la position initiale de la barre.

25. Parmi les définitions suivantes, quelles sont celles dont le contenu est incomplet ?
- A) La force de Lorentz est la force qui s'exerce sur une charge électrique q , de vitesse \mathbf{v} dans le référentiel d'étude.
 B) La force de Laplace est la force qui s'exerce sur un conducteur parcouru par un courant d'intensité i .
 C) Un champ magnétique uniforme est un champ qui ne varie pas dans l'espace.
 D) Le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface orthogonale au champ s'appuyant sur un contour orienté est égal, au signe près, au produit de la norme du vecteur champ magnétique par l'aire de la surface considérée.
26. En vous appuyant sur la figure ci-dessus, déterminer à tout instant, le vecteur force de Laplace \mathbf{F}_L .
- A) $\mathbf{F}_L = ilB_0 \mathbf{e}_x$ B) $\mathbf{F}_L = -ilB_0 \mathbf{e}_x$ C) $\mathbf{F}_L = ilB_0 \mathbf{e}_y$ D) $\mathbf{F}_L = -ilB_0 \mathbf{e}_y$
27. Donner l'équation du mouvement de la barre.
- A) $\ddot{x} = -iB_0/\rho_l$ B) $\ddot{x} = -i\rho_l B_0$ C) $\ddot{x} = -ilB_0$ D) $\ddot{x} = iB_0/\rho_l$
28. Le déplacement de la tige provoquée par la force de Laplace génère un phénomène d'induction dans le circuit. Quelle est la force électromotrice e_{in} correspondante ?
- A) $e_{in} = -lB_0\dot{x}$ B) $e_{in} = lB_0\dot{x}$ C) $e_{in} = -ilB_0\dot{x}$ D) $e_{in} = ilB_0\dot{x}$
29. Quelle relation entre \dot{x} , i et U peut-on déduire de la question qui précède ?
- A) $B_0l\dot{x} + Ri = -U$ B) $B_0l\dot{x} - Ri = U$ C) $B_0l\dot{x} + Ri = U$ D) $-B_0l\dot{x} + Ri = U$
30. Déduire de ce qui précède l'équation différentielle décrivant l'évolution de i dans le circuit, puis celle décrivant l'évolution de la vitesse $v = \dot{x}$ de la barre.
- A) $\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = 0$ et $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \frac{B_0U}{\rho_l R}$ avec $\tau = \frac{\rho_l R}{lB_0^2}$
 B) $\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = 0$ et $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \frac{B_0lU}{\rho_l R}$ avec $\tau = \frac{\rho_l R}{l^2 B_0^2}$
 C) $\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = 0$ et $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \frac{\rho_l R}{B_0U}$ avec $\tau = \frac{lB_0^2}{\rho_l R}$
 D) $\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = 0$ et $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \frac{\rho_l R}{B_0lU}$ avec $\tau = \frac{l^2 B_0^2}{\rho_l R}$

On s'intéresse ici à quelques considérations générales autour du moment cinétique et de la rotation d'un corps rigide (ou solide) autour d'un axe fixe dans un référentiel galiléen.

31. Que peut-on dire du vecteur moment cinétique L_O au point O d'un point matériel soumis à une force centrale de centre de force O ?
- A) Le vecteur L_O est une constante vectorielle. C) Seule la direction de L_O se conserve
 B) Seule la norme de L_O se conserve. D) On ne peut rien dire *a priori*.
32. On considère un axe Δ fixe dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen. Cet axe est orienté selon le vecteur unitaire e_z . Un solide est en rotation, avec la vitesse angulaire $\Omega = \Omega e_z$ ($\Omega > 0$) autour de l'axe Δ . Le moment d'inertie du solide autour de cet axe est noté J_Δ . Quel est la valeur du moment cinétique L ($L = L e_z$) de ce solide par rapport à l'axe Δ ?
- A) $L = -J_\Delta \Omega$ B) $L = J_\Delta \Omega$ C) $L = -\frac{1}{J_\Delta} \Omega$ D) $L = -\frac{1}{2} J_\Delta \Omega$
33. Quelles sont la ou les expressions correctes de l'énergie cinétique \mathcal{E}_k du solide au cours de sa rotation autour de l'axe Δ ?
- A) $\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} J_\Delta \Omega^2$ B) $\mathcal{E}_k = \frac{1}{2 J_\Delta} \Omega^2$ C) $\mathcal{E}_k = \frac{L^2}{2 J_\Delta}$ D) $\mathcal{E}_k = J_\Delta \Omega^2$
34. Quelles sont les affirmations exactes ?
- A) La liaison pivot ne permet pas une rotation autour d'un axe fixe.
 B) Une porte en rotation autour de l'axe formé par ses gonds est un exemple de liaison pivot.
 C) En un point donné d'une porte, et pour une force de norme déterminée, la méthode permettant d'ouvrir la porte le plus facilement consiste à appliquer la force perpendiculairement à la porte.
 D) Si l'on exerce une force de norme donnée, dont le vecteur correspondant est orthogonal à la porte, il sera d'autant plus facile de fermer la porte que le point d'application de la force sera proche des gonds.
35. On considère une porte, de largeur $l = 80$ cm, sur laquelle on exerce une force orthogonale à la porte, de norme $F = 120$ N et dont le point d'application se situe à 80 cm de l'axe de rotation. Quelle est la norme M du moment de cette force ?
- A) $M = 96 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ B) $M = 960 \text{ N} \cdot \text{m}$ C) $M = 96 \text{ N} \cdot \text{m}$ D) $M = 960 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$
36. On applique maintenant une force orthogonale à la porte, mais dont le point d'application est à 40 cm des gonds. Quelle doit être la valeur F' de la force pour que le moment correspondant soit deux fois plus faible que le précédent ?
- A) $F' = 2F$ B) $F' = F/2$ C) $F' = F$ D) $F' = 3F$